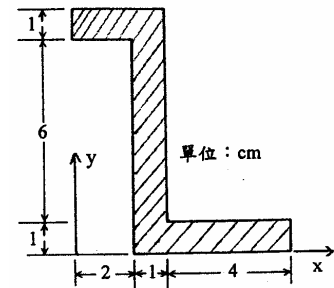


九十九年公務人員普通考試試題工程力學參考題解

本科由實力專任教師許弘老師及郭名老師即時解答

一、求圖示斜線面積之形心座標。(25 分)



【解題老師】許弘 老師

• 99 年土木普考試題 •

問題剖析

Z 型斷面求形心位置，我們使用切割成簡單面積的方式來處理。注意題目已經設定好座標原點，考生必須按其座標表示答案。

參考解答

(1) 計算各簡單面積之大小及其形心位置如圖 a 所示，我們將原斷面分解成 3 個小矩形。

其中

$$A_1 = (1)(2) = 2 \text{ cm}^2$$

$$x_1 = 1 \text{ cm} ; y_1 = 7.5 \text{ cm}$$

$$A_2 = (1)(8) = 8 \text{ cm}^2$$

$$x_2 = 2.5 \text{ cm} ; y_2 = 4 \text{ cm}$$

$$A_3 = (4)(1) = 4 \text{ cm}^2$$

$$x_3 = 5 \text{ cm} ; y_3 = 0.5 \text{ cm}$$

(2) 以形心公式計算 Z 型斷面形心位置依形心公式

$$x_G = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{(2)(1) + (8)(2.5) + (4)(5)}{2 + 8 + 4} = 3 \text{ cm}$$

$$y_G = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{(2)(7.5) + (8)(4) + (4)(0.5)}{2 + 8 + 4} = 3.5 \text{ cm}$$

故斜線面積形心座標為

$$(x_G, y_G) = (3 \text{ cm}, 3.5 \text{ cm})$$

(Ans)

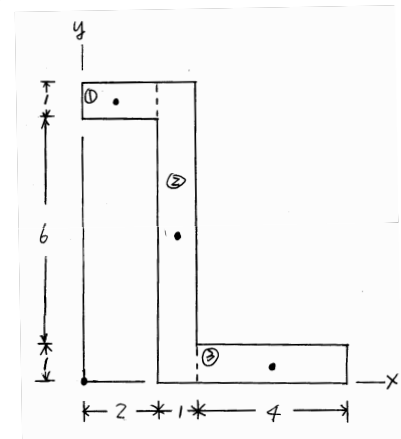
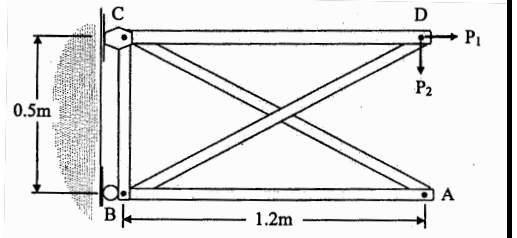


圖 a

※本題請參考“實力靜力學講義－〔P5-33 例題〕”

二、如圖所示桁架，B 為滾支承，C 為鉸支承，求桿件 BD 和 CD 的受力， $P_1 = 240 \text{ N}$ ， $P_2 = 100 \text{ N}$ 。(25 分)



【解題老師】郭名 老師

• 99 年土木普考試題 •

問題剖析

- (1) 已知：
 - 外 力
- (2) 待求
 - 內 力
- (3) 題型
 - 靜定桁架
- (4) 方法
 - 結點法
- (5) 思路
 - (外力) → (內力)

技師高考【題型班】

9/06(一) 18:30 土力開課

9/09(四) 18:30 材力開課

9/11(六) 13:30 RC 開課

~ 歡迎免費試聽 ~

參考解答

- (1) (外力) → (內力)

依據力的平衡 (圖 a)

$$[\Sigma F_y = 0]: \frac{5}{13} \times S_{BD} + 100 = 0 \Rightarrow S_{BD} = -260$$

$$[\Sigma F_x = 0]: \frac{12}{13} \times S_{BD} + S_{CD} - 240 = 0$$

$$\frac{12}{13} \times (-260) + S_{CD} - 240 = 0 \Rightarrow S_{CD} = 480$$

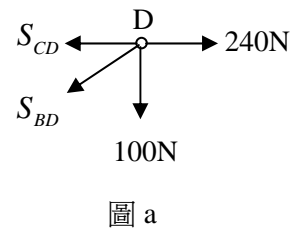
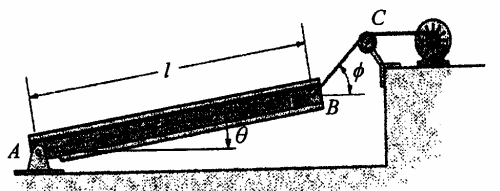


圖 a

Ans: $S_{BD} = 260 \text{ N}$ (壓力), $S_{CD} = 480 \text{ N}$ (拉力)

※本題請參考“實力材料力學《系統剖析》上冊—〔P2-54 例 B2.2-2〕”

三、如圖所示，一均勻梁長 l 為 10 m ，每 m 長度梁重為 10 kN ，梁之 A 端為鉸支承，B 端由纜繩 BC 所支承，若該梁於圖上所示之位置達靜平衡時，試求在 A 點之反力 (含水平與垂直分量) 及纜繩之張力，答案請用 ϕ 及 θ 之函數表示之，並分析圖上之 $\phi = \theta$ 時，該梁維持靜平衡之可能性，說明其理由。(25 分)



【解題老師】許弘 老師

• 99 年土木普考試題 •

問題剖析

- (1) 同時涉及靜平衡及穩定性之問題。在靜平衡分析的部分要注意，A 點鉸支承有 2 個反力，而 BC 纜繩僅有一傾斜角度為 ϕ 之拉力。不要忘了梁本身有自重，依題意梁總重 $W = (10 \text{ kN/m})(10 \text{ m}) = 100 \text{ kN}$ 。

(2)當 $\phi = \theta$ 時，表示 BC 纜繩會和 AB 梁成「一直線」，這時 BC 纜繩拉力會通過 A 鉸支承點，形成所有反力均交於 A 點支承點，形成所有反力均交於 A 點之不穩定狀態。

參考解答

(1)計算 A 點反力及 BC 纜繩拉力

參考圖 a 梁自由體，依題意梁總重 $W = (10 \text{ kN/m})(10 \text{ m}) = 100 \text{ kN}$ 。
依 A 點之力矩平衡，並將 T_{BC} 分解成「垂直於 AB 梁」分量及「平行於 AB 梁」分量。

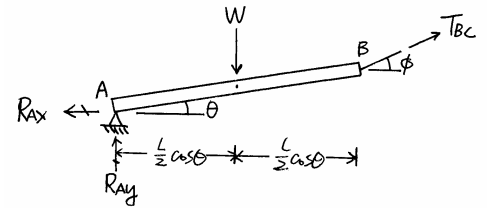


圖 a

$$[\sum M_A = 0]: [T_{BC} \sin(\phi - \theta)](L) - (W \cos \theta) \left(\frac{L}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow T_{BC} = \left[\frac{\cos \theta}{2 \sin(\phi - \theta)} \right] (100) = \left[\frac{50 \cos \theta}{\sin(\phi - \theta)} \right] \text{ kN} \quad (\text{Ans})$$

$$[\sum F_x = 0]: R_{Ax} - T_{BC} \cos \phi = 0$$

$$\Rightarrow R_{Ax} = T_{BC} \cos \phi = \frac{50 \cos \theta \cos \phi}{\sin(\phi - \theta)} \text{ kN} (\leftarrow) \quad (\text{Ans})$$

$$[\sum F_y = 0]: R_{Ay} - W + T_{BC} \sin \phi = 0$$

$$\Rightarrow R_{Ay} = W - T_{BC} \sin \phi = 100 - \frac{50 \cos \theta \sin \phi}{\sin(\phi - \theta)} \text{ kN} (\uparrow) \quad (\text{Ans})$$

(2) $\phi = \theta$ 之穩定性分析

當 $\phi = \theta$ 時， $\sin(\phi - \theta) = \sin(\theta - \theta) = \sin 0^\circ = 0$

此時 $T_{BC} = \frac{50 \cos \theta}{\sin 0^\circ} = \infty$ ，非有限值。

且在 A 點之力矩平衡中，參考圖 b

$$[T_{BC} \sin(\theta - \theta)](L) - (W \cos \theta) \left(\frac{L}{2}\right) = 0 - (100 \cos \theta) \left(\frac{L}{2}\right) \neq 0$$

無法滿足力矩平衡，故梁不能維持靜平衡。

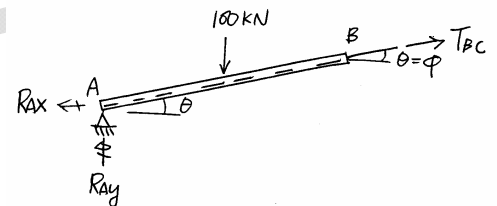
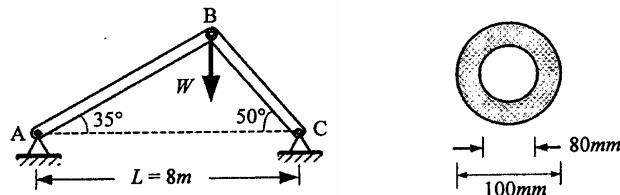


圖 b

※本題請參考“實力靜力學講義－〔P2-40 例題〕”

四、桁架 ABC 用以支承在 B 點的載重 W ，桿件 AB 及 BC 皆為外徑 $d_2 = 100 \text{ mm}$ ，內徑 $d_1 = 80 \text{ mm}$ 之空心圓桿，楊氏模數皆為 $E = 200 \text{ GPa}$ 。求臨界載重 W_{cr} 。(25 分)



【解題老師】郭名 老師

• 99 年土木普考試題 •

問題剖析

(1)已知：

- 材料性質 $\Rightarrow E = 200 \text{ GPa}$
- 幾何性質 \Rightarrow 外徑 $d_2 = 100 \text{ mm}$ ，內徑 $d_1 = 80 \text{ mm}$

(2)待求

- 臨界載重

(3)題型

- 彈性穩定分析

(4)思路

- (外力) → (內力) → (容許荷重)

參考解答

(1)準備工作

計算剖面參數

$$I = \frac{\pi(d_2^4 - d_1^4)}{64} = \frac{\pi(100^4 - 80^4)}{64} = 2,898,119 \text{ mm}^4$$

計算 L_{AB} 、 L_{BC}

$$\frac{8}{\sin 95^\circ} = \frac{L_{BC}}{\sin 35^\circ} = \frac{L_{AB}}{\sin 50^\circ}$$

$$\Rightarrow L_{AB} = 6.152 \text{ m}、L_{BC} = 4.606 \text{ m}$$

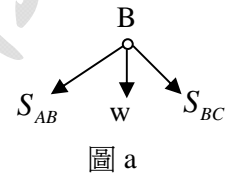
(2) (外力) → (內力)

依據力的平衡 (圖 a)

$$[\Sigma F_x = 0]: S_{AB} \cos 35^\circ - S_{BC} \cos 50^\circ = 0 \quad \dots(a)$$

$$[\Sigma F_y = 0]: S_{AB} \sin 35^\circ + S_{BC} \sin 50^\circ + W = 0 \quad \dots(b)$$

聯立(a)(b)可得, $S_{AB} = -0.645W$ (壓力)、 $S_{BC} = -0.822W$ (壓力)



(3) (內力) → (容許荷重)

依據挫曲強度

令 $S_{AB} \leq S_{cr1}$

$$0.645W_1 \leq \frac{\pi^2 EI}{(K \times L_{AB})^2} = \frac{\pi^2 (200)(2,898,119)}{(1 \times 6,152)^2} = 151.15 \text{ kN}$$

$$W_1 \leq 234.34 \text{ kN}$$

令 $S_{BC} \leq S_{cr2}$

$$0.822W_2 \leq \frac{\pi^2 EI}{(K \times L_{BC})^2} = \frac{\pi^2 (200)(2,898,119)}{(1 \times 4,606)^2} = 269.65 \text{ kN}$$

$$W_2 \leq 328.04 \text{ kN}$$

$$W_{cr} = \min(W_1, W_2) = \min(234.34, 328.04) = 234.34 \text{ kN}$$

Ans: 臨界載重 $W_{cr} = 234.34 \text{ kN}$

※本題請參考“實力材料力學下冊講義－〔P9-14 例 I2.2-2〕”

再神的老師也無法讓您一步登天，華而不實的課程也無法讓您榜上留名，歡迎您加入實力，讓您驗證充實的課程＋紮實的教學＋確實的成效，感謝眾多他班舊生的加入，有比較才知道真實力～