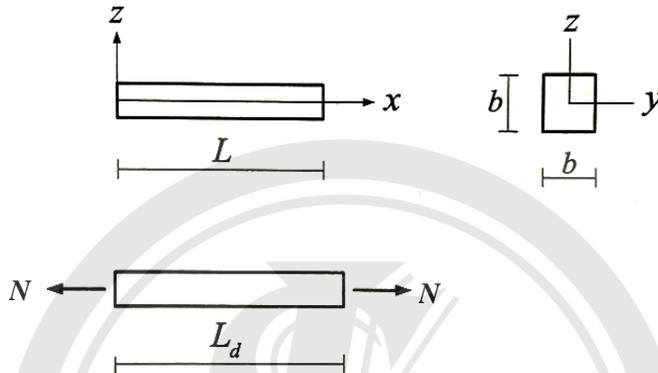


## 110 年地方特考三等考試靜力學與材料力學參考解答

- 一、正方形斷面桿件如下圖所示，(無外力作用) 桿件未變形軸向長度  $L = 1250 \text{ mm}$ 、正方形斷面邊長  $b = 50 \text{ mm}$ 。當承受軸拉力  $N = 400 \text{ kN}$ ，桿件變形後軸向長度  $L_d = 1251 \text{ mm}$ ，正方形斷面邊長縮短為  $49.99 \text{ mm}$ ，求此時桿件軸向應力  $\sigma_x$ 、正向應變  $\varepsilon_x$  及  $\varepsilon_y$ 、浦松比  $\nu$ 、桿件最大剪應力及最大剪應變。(25 分)



• 110 年三等特考試題 •

### 問題剖析

#### (1) 已知

- 幾何性質： $L = 1250 \text{ mm}$ ， $b = 50 \text{ mm}$   
 $L_d = 1251 \text{ mm}$ ， $b_d = 49.99 \text{ mm}$
- 內力： $N = 400 \text{ kN}$

#### (2) 待求

- 應力： $\sigma_x$ ， $\tau_{\max}$
- 應變： $\varepsilon_x$ ， $\varepsilon_y$ ， $\gamma_{\max}$
- 材料性質： $\nu$

#### (3) 思路

- (變形)  $\rightarrow$  (應變)  $\rightarrow$  (材料性質)
- (內力)  $\rightarrow$  (應力)
- ( $xy$  面應力)  $\rightarrow$  (最大剪應力)  $\rightarrow$  (最大剪應變)

### 參考解答

#### (1) (變形) $\rightarrow$ (應變)

- 依據變形幾何

### Key

對單軸應力狀態而言，

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_x}{2}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\delta}{L} = \frac{L_d - L}{L} = \frac{1251 - 1250}{1250} = 800\mu \quad \blacktriangleleft$$

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta b}{b} = \frac{b_d - b}{b} = \frac{49.99 - 50}{50} = -200\mu \quad \blacktriangleleft$$

$$\therefore \nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{(-200\mu)}{(800\mu)} = 0.25 \quad \blacktriangleleft$$

(2) (內力) → (應力)

- 依據軸向應力公式

$$\sigma_x = \frac{N}{A} = \frac{400 \times 10^3}{(50)^2} = 160 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft$$

(3) (應力、應變) → (材料性質)

- 依據虎克定律

$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = \frac{160 \times 10^{-3}}{800\mu} = 200 \text{ GPa}$$

$$\therefore G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{200}{2(1+0.25)} = 80 \text{ GPa}$$

(4) (xy 面應力) → (最大剪應力)

- 依據應力轉換公式

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{160 - 0}{2}\right)^2 + (0)^2} = 80 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

(5) (最大剪應力) → (最大剪應變)

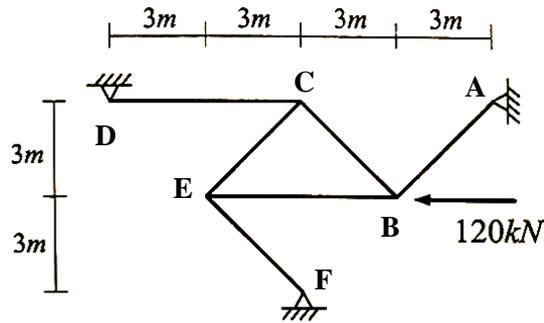
- 依據虎克定律

$$\gamma_{\max} = \frac{\tau_{\max}}{G} = \frac{80}{(80 \times 10^3)} = 1000\mu \quad \blacktriangleleft$$

**Ans :** (a)  $\sigma_x = 160 \text{ MPa}$  ,  $\tau_{\max} = 80 \text{ MPa}$   
 (b)  $\varepsilon_x = 800\mu$  ,  $\varepsilon_y = -200\mu$  ,  $\gamma_{\max} = 1000\mu$   
 (c)  $\nu = 0.25$

※本題請參考“實力材料力學《試題精選》【例 A1-1】”

二、如下圖所示之平面桁架結構，A 點、D 點及 F 點為鉸支承，B 點承受水平集中載重 120 kN，求桁架 AB、CD 及 EF 桿件的軸力。(25 分)



• 110 年三等特考試題 •

### 問題剖析

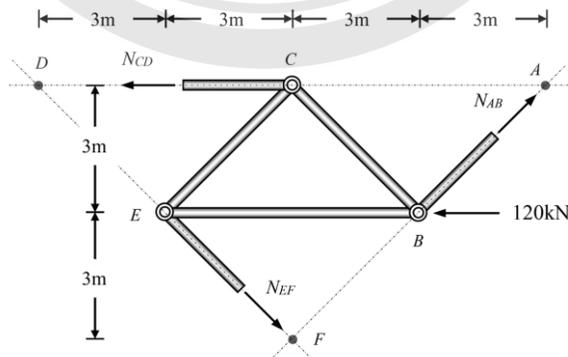
複合桁架的特定桿力分析，直接切開連接鉸支承之 AB、CD、EF 桿，以力矩平衡即可得解。

### 參考解答

#### 1. 計算 AB 桿件軸力

如圖(a)切開連接鉸支承之 AB、CD、EF 桿，設桿力以拉力為正，於 A 點分解  $N_{AB}$ ，對 D 點取力矩消去  $N_{CD}$ 、 $N_{EF}$ 。

$$[+\circlearrowleft \Sigma M_D = 0]: \left( \frac{1}{\sqrt{2}} N_{AB} \right) (12) - (120)(3) = 0 \Leftrightarrow N_{AB} = 30\sqrt{2} \text{ kN (拉力)} \quad \blacktriangleleft$$



圖(a)

## 2. 計算 $EF$ 桿件軸力

圖(a)於  $D$  點分解  $N_{EF}$ ，對  $A$  點取力矩消去  $N_{CD}$ 、 $N_{AB}$ 。

$$[+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0]: \left( \frac{1}{\sqrt{2}} N_{EF} \right) (12) - (120)(3) = 0 \Rightarrow N_{EF} = 30\sqrt{2} \text{ kN (拉力)}。 \quad \leftarrow$$

## 3. 計算 $CD$ 桿件軸力

圖(a)對  $F$  點取力矩消去  $N_{EF}$ 、 $N_{AB}$ 。

$$[+\circlearrowleft \Sigma M_F = 0]: (N_{CD})(6) + (120)(3) = 0 \Rightarrow N_{CD} = -60 \text{ kN (壓力)}。 \quad \leftarrow$$

※本題請參考“實力靜力學必做 50 題型【P3-89】”

**您終究要參加國家考試！**

**為何不趁早加入實力呢？**

無論是大學或是研究所畢業  
靠一張文憑是很難立足土木界的  
透過國考取得技師證照或公職資格  
才能讓您行遍天下～暢行無阻～

學校考試唸一次

研究所考試再唸一次

國家考試又要再來一次

其實 您可以畢其功於一役  
加入實力 讓您大小考試都輕鬆如意

### 【土木專業入門先修班】

要有好的建築·得先有好的基礎

學習專業科目前您應該具備的

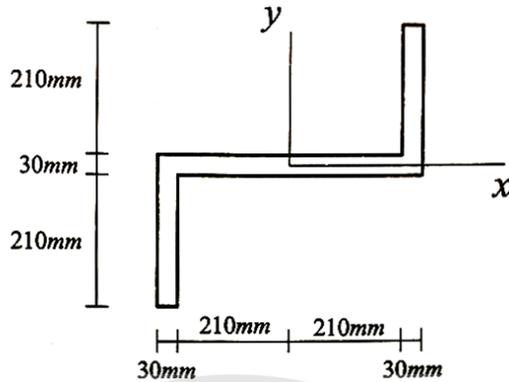
基礎數學 工程數學

微積分 基礎力學

先打好基礎

以銜接明年年初的專業課程

三、梁桿件斷面如下圖所示，求此斷面的慣性矩  $I_x$ 、 $I_y$ 。(25 分)



• 110 年三等特考試題 •

### 問題剖析

採用適當之矩形分割即可輕易求解。

### 參考解答

#### 1. 對 $x$ 軸之面積二次矩

(1) 切割面積計算各簡單面積性質

首先將原斷面切割如圖(a)所示的 5 個矩形，分別計算各矩形對  $x$  軸之面積二次矩。

① 水平長條矩形

$$\text{(基準 } x \text{ 軸)} = \text{(①的形心軸)}, I_{x1} = \left(\frac{1}{12}\right)(420)(30)^3 = 945000 \text{ mm}^4。$$

② 垂直長條矩形 (有兩個要乘 2 倍)

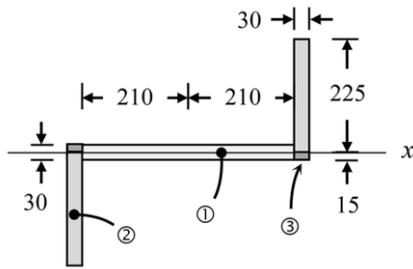
$$\text{(基準 } x \text{ 軸)} = \text{(②的頂、底軸)}, I_{x2} = \left(\frac{1}{3}\right)(30)(225)^3 (2) = 227812500 \text{ mm}^4。$$

③ 小矩形 (有兩個要乘 2 倍)

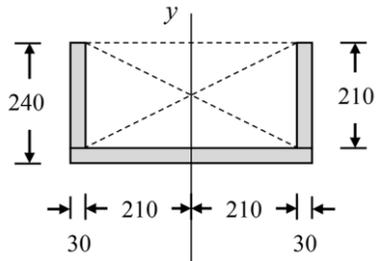
$$\text{(基準 } x \text{ 軸)} = \text{(③的頂、底軸)}, I_{x3} = \left(\frac{1}{3}\right)(30)(15)^3 (2) = 67500 \text{ mm}^4。$$

(2) 計算總面積對  $x$  軸之面積二次矩

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} = 228825000 \text{ mm}^4。$$



圖(a)



圖(b)

## 2. 對 y 軸之面積二次矩

### (1) 切割面積計算各簡單面積性質

因垂直長條矩形至 y 軸的距離均相等，可將原斷面簡化成圖(b)計算 y 軸面積二次矩。利用大矩形扣除小矩形，y 軸均通過矩形的形心軸。

### (2) 計算總面積對 y 軸之面積二次矩

$$I_y = \left(\frac{1}{12}\right)(240)(480)^3 - \left(\frac{1}{12}\right)(210)(210)^3 = 915300000 \text{ mm}^4。$$

※本題請參考“實力靜力學必做 50 題型【P5-46】”

### You Tube 搜尋【實力土木】

《授課老師專業解說·上榜學員精彩分享》

影片內容分成四大系列

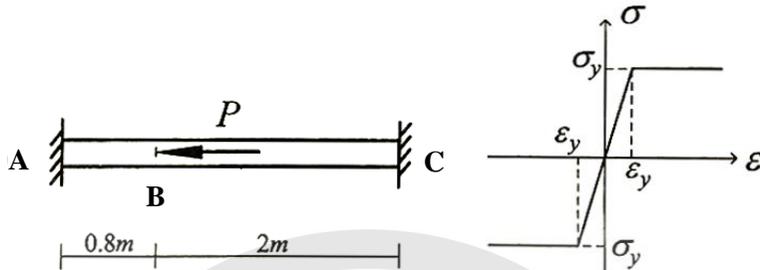
免費提供給要準備考試的您

▷準備要領系列 ▷觀念探討系列

▷試題解說系列 ▷經驗分享系列

想要看第一手相關影片，  
歡迎訂閱實力土木頻道哦！

四、均質材料桿件，材料之應力應變關係如右下圖所示，圖中降伏應力  $\sigma_y = 250 \text{ MPa}$ 、降伏應變  $\varepsilon_y = 0.00125$ ，桿件斷面積  $A = 8 \text{ cm}^2$ ，A 點及 C 點為固定端。當 B 點承受軸向水平外力  $P = 360 \text{ kN}$  作用，已知此時 AB 桿件已經降伏，求 BC 桿件軸向應力及軸向應變、B 點軸向位移、AB 桿件軸向應變及其應變能。(25 分)



• 110 年三等特考試題 •

### 問題剖析

#### (1) 已知

- 材料性質： $\sigma_y = 250 \text{ MPa}$ ， $\varepsilon_y = 0.00125$
- 幾何性質： $A = 8 \text{ cm}^2 = 800 \text{ mm}^2$
- 外力： $P = 360 \text{ kN}$

#### (2) 待求

- 應力： $\sigma_{BC}$
- 應變： $\varepsilon_{BC}$ ， $\varepsilon_{AB}$
- 變位： $\Delta_B$
- 應變能： $U_{AB}$

#### (3) 思路

- (外力)  $\rightarrow$  (內力)  $\rightarrow$  (應力)  $\rightarrow$  (應變)  $\rightarrow$  (變形)  $\rightarrow$  (變位)
- (應力、應變)  $\rightarrow$  (應變能密度)  $\rightarrow$  (應變能)

### Key

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad \varepsilon \leq \varepsilon_y$$

$$\sigma = \sigma_y, \quad \varepsilon \geq \varepsilon_y$$

### 參考解答

#### (1) (外力) $\rightarrow$ (內力)

- 依據題意  $\Leftrightarrow$  AB 桿已降伏

$$N_{AB} = A\sigma_y = (800)(250) = 200 \times 10^3 \text{ N} = 200 \text{ kN}$$

- 依據力的平衡 (圖 a)

$$[\Sigma F_x = 0]: N_{BC} = P - N_{AB} = 360 - 200 = 160 \text{ kN}$$

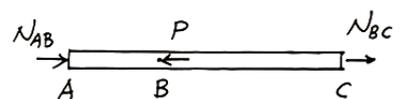


圖 a 分離體圖

(2) (內力) → (應力)

- 依據軸向應力公式

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{BC}}{A} = \frac{160 \times 10^3}{800} = 200 \text{ MPa} \quad \leftarrow$$

Check

$$\sigma_{BC} < \sigma_y$$

(OK.)

(3) (應力) → (應變)

- 依據虎克定律

$$E = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} = \frac{250 \times 10^3}{0.00125} = 200 \text{ GPa}$$

$$\varepsilon_{BC} = \frac{\sigma_{BC}}{E} = \frac{200}{200 \times 10^3} = 0.001 \text{ (拉伸)} \quad \leftarrow$$

(4) (應變) → (變形) → (變位)

- 依據變形幾何

$$\Delta_B = \delta_{BC} = \varepsilon_{BC} L_{BC} = (0.001)(2000) = 2 \text{ mm (←)} \quad \leftarrow$$

$$\varepsilon_{AB} = \frac{\delta_{AB}}{L_{AB}} = \frac{-\delta_{BC}}{L_{AB}} = \frac{(-2)}{800} = -0.0025 \text{ (壓縮)} \quad \leftarrow$$

(5) (應力、應變) → (應變能密度)

- 依據應變能密度的定義

$$\begin{aligned} u_{AB} &= (\text{應力-應變圖涵蓋之面積}) \\ &= \frac{1}{2} (250)(0.00125) + (250)(0.0025 - 0.00125) \\ &= 0.46875 \text{ MPa} \end{aligned}$$

(6) (應變能密度) → (應變能)

- 依據應變能的定義

$$\begin{aligned} U_{AB} &= u_{AB} A L_{AB} = (0.46875)(800)(800) \\ &= 300 \times 10^3 \text{ N-mm} = 300 \text{ N-m} \quad \leftarrow \end{aligned}$$

Note

$$\because \delta_{AB} + \delta_{BC} = 0$$

$$\because \delta_{AB} = -\delta_{BC}$$

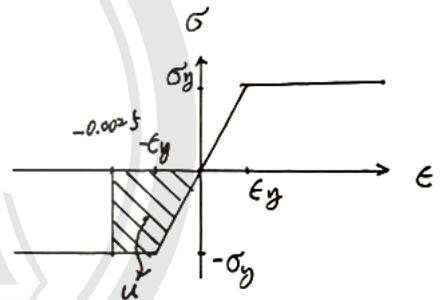


圖 b

Ans : (a)  $\sigma_{BC} = 200 \text{ MPa}$  (拉應力),  $\varepsilon_{BC} = 0.001$  (拉伸)

(b)  $\Delta_B = 2 \text{ mm}$  (←)

(c)  $\varepsilon_{AB} = 0.0025$  (壓縮),  $U_{AB} = 300 \text{ N-m}$

※本題請參考“實力材料力學《試題精選》【例 J1-1】”

# 五倍實力·五省錢



使用一張不限面額的「五倍券」  
來「實力」報名，即享下列優惠

## 好康 1：現金優惠

1人報名 × 5倍券 = 5人團報價

2人同行 × 5倍券 = 10人團報價



五倍券·五省錢·五告讚

## 好康 2：滿額抽獎

學費每滿兩萬元可抽一個紅包  
通通有獎，每個號碼擇優兌換

中獎號碼	獎項	機率
100	\$10000	1%
50	\$8000	1%
10倍數	\$5000	8%
5倍數	\$2000	10%
雙號	\$500	40%
單號	考題書一本	40%

## 好康 3：超值加購

期限加至年底 \$3600

入門先修 \$1000

實力考題書任選三本 \$1000

- 好康1活動限報名全修課程者。
- 舊生延長期限另享優惠，恕不再參加好康1活動。
- 詳細活動辦法請洽全國實力櫃台。
- 活動期間：110/10/01~110/12/31。

