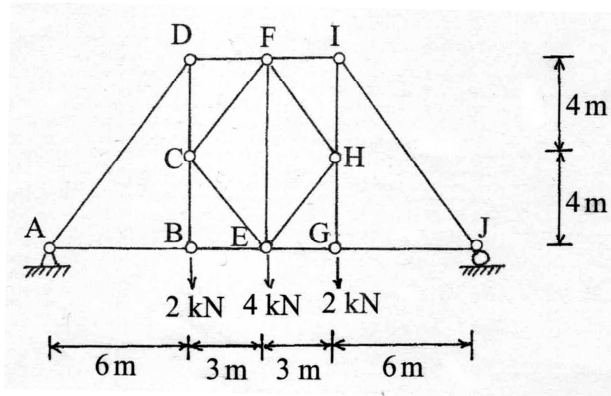


107 年地方政府公務人員三等考試靜力學與材料力學參考解答

一、如圖所示之桁架，於圖中所施加外載重作用下，求此桁架中 AD、BE、FI、EH 及 EF 桿件之內力。(25 分)



• 107 年三等特考試題 •

問題剖析

本桁架屬於 K 型桁架，應使用專屬切法求格間斜桿軸力。

參考解答

1. 計算支承反力與 AD 桿力

桁架上無水平力，A 鉸支承無水平反力。載重左右對稱垂直反力平均分配

$$R_A = R_J = (2 + 4 + 2) / 2 = 4 \text{ kN } (\uparrow)$$

切出圖(b)A 結點分離體，依力平衡

$$[\uparrow \Sigma F_y = 0]: 4 + (4/5)(N_{AD}) = 0 \Rightarrow N_{AD} = -5 \text{ kN } (\text{壓力})$$

2. 由曲線切法計算桿力

參考圖(a)整體分離體，以 m-m 曲線切法繞過 C 點切開四根桿件得到圖(c)局部分離體，設軸力以拉力為正，對 B 點取力矩

$$[\uparrow \Sigma M_B = 0]: (4)(6) + (N_{DF})(8) = 0 \Rightarrow N_{DF} = -3 \text{ kN } (\text{壓力})$$

因為結構型式、載重左右對稱故 DF 桿軸力與 FI 桿相同， $N_{FI} = -3 \text{ kN } (\text{壓力})$ 。

$$[\rightarrow \Sigma F_x = 0]: N_{DF} + N_{BE} = 0 \Rightarrow N_{BE} = 3 \text{ kN } (\text{拉力})$$

3. 由格間垂直切法計算桿力

參考圖(a)整體分離體，由 n-n 格間垂直切法切開四根桿件得到圖(d)局部分離體，因結構型式、載重左右對稱故 EH 桿軸力與 CE 桿相同，此 K 型桁架無水平外力作用，斜率相同的格間斜桿其軸力必定大小相同且一拉一壓。CE、CF 桿的垂直分力會均分格間剪力 $4 - 2 = 2 \text{ kN}$ 。

$$\frac{4}{5} N_{CE} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow N_{CE} = N_{EH} = \frac{5}{4} \text{ kN } (\text{拉力})$$

最後由圖(e)E 結點分離體算出 EF 桿力。

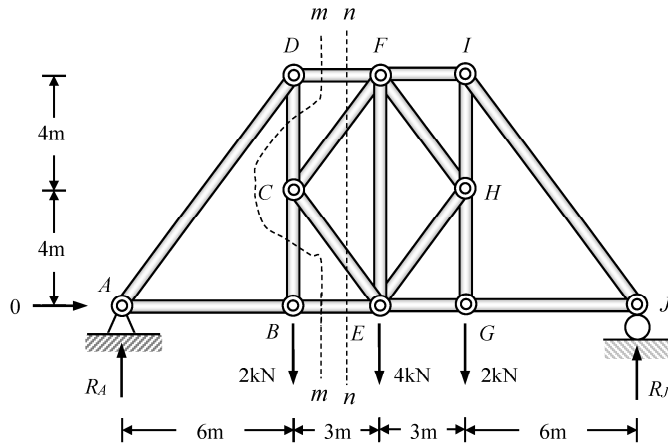
$$[\uparrow \Sigma F_y = 0]: N_{EF} + (4/5)(N_{CE})(2) - 4 = 0 \Rightarrow N_{EF} = 2 \text{ kN } (\text{拉力})$$

【YouTube 線上試聽】

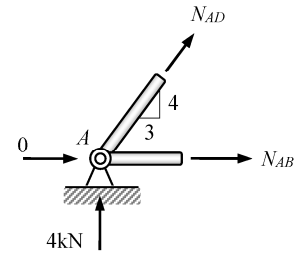
點選 [實力土木] 觀看各科 [準備要領]，這是入門起手式；

另有各科 [觀念探討] 都是考試必讀重點。

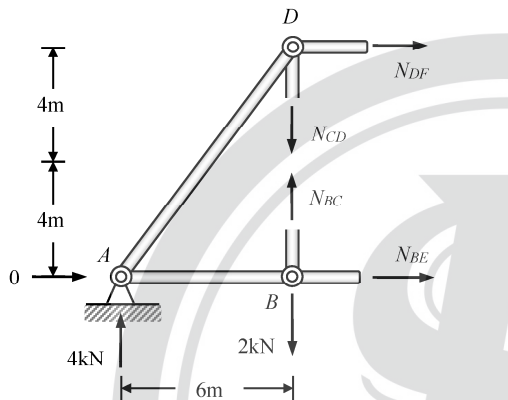
網址連結：<https://reurl.cc/O033D>



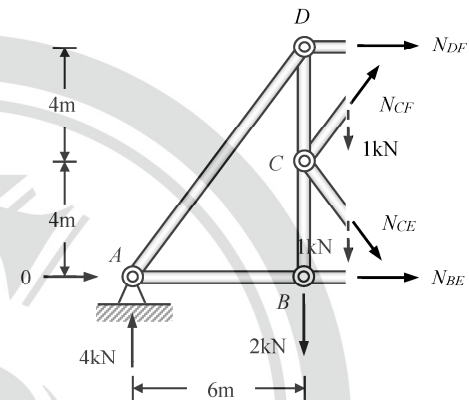
圖(a)



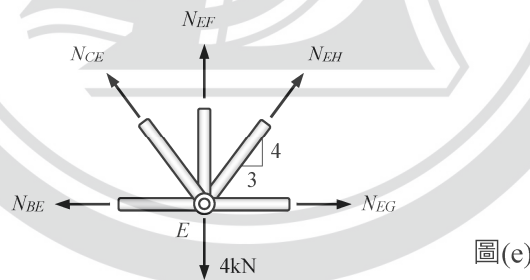
圖(b)



圖(c)



圖(d)



圖(e)

※本題請參考“實力靜力學《試題精選》【3-99】、實力靜力學《必做 50 題型》【3-71】”

實力講座－【如何有效率準備國家考試】

時間：108.1.6(日)18:00

講師：劉鳴老師

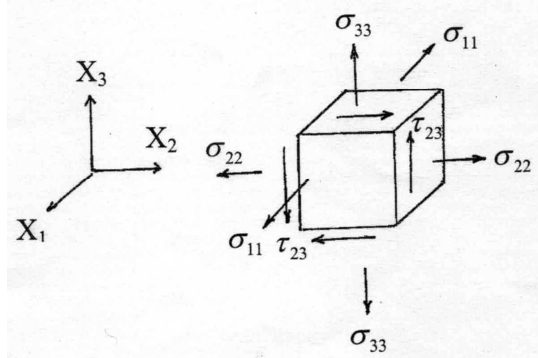
內容：針對 108 年土木類國考相關考試趨勢做深入剖析，讓您掌握考題趨勢，更能清楚得分要點。老師將分享有效率的讀書方法，並提供同學快速掌握上榜之技巧。

* 台中班、台南班、高雄班與台北班同步視訊。

* 實力學員免費參加，名額有限。

欲參加者請至全國各分班粉絲專頁 google 表單登記。

二、一固體材料承受多軸應力作用，如圖所示，其中 $\sigma_{11} = 11 \text{ MPa}$ ， $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 4 \text{ MPa}$ ， $\tau_{23} = 5 \text{ MPa}$ ，於此多軸應力作用下，求此固體材料所承受之最大剪應力。(25 分)



• 107 年三等特考試題 •

問題剖析

- (1) 已知
 - 應力： $\sigma_{11} = 11 \text{ MPa}$ ， $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 4 \text{ MPa}$ ， $\tau_{23} = 5 \text{ MPa}$
- (2) 待求
 - 最大剪應力： $\bar{\tau}_{\max}$
- (3) 思路
 - (應力) \rightarrow (主應力) \rightarrow (三維最大剪應力)

Key

- $\because x_1$ 平面上無剪應力
- $\therefore \sigma_{11}$ 為主應力

參考解答

(1) (應力) \rightarrow (主應力)

- 依據主應力公式
考慮 x_1 平面為主平面
 $\therefore \sigma_{P_1} = 11 \text{ MPa}$
再考慮 $x_2 - x_3$

$$A = \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2} = \frac{(4) + (4)}{2} = 4 \text{ MPa}$$

$$B = \frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{2} = \frac{(4) - (4)}{2} = 0 \text{ MPa}$$

$$C = \tau_{23} = 5 \text{ MPa}$$

$$R = \sqrt{B^2 + C^2} = \sqrt{(0)^2 + (5)^2} = 5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{P_2} = A + R = 4 + 5 = 9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{P_3} = A - R = 4 - 5 = -1 \text{ MPa}$$

(2) (主應力) \rightarrow (最大剪應力)

- 依據最大莫爾圓的半徑

$$\bar{\tau}_{\max} = \frac{\sigma_{P_1} - \sigma_{P_3}}{2} = \frac{(11) - (-1)}{2} = 6 \text{ MPa}$$

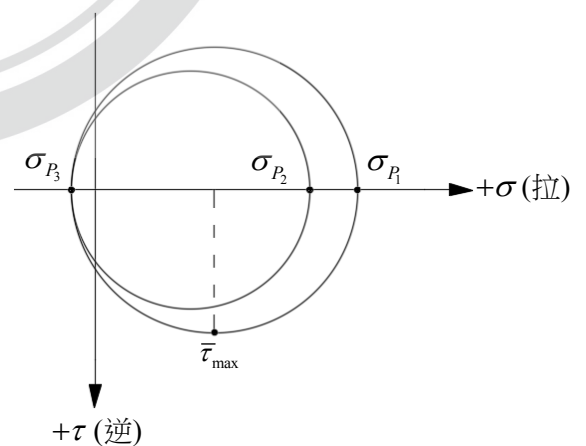


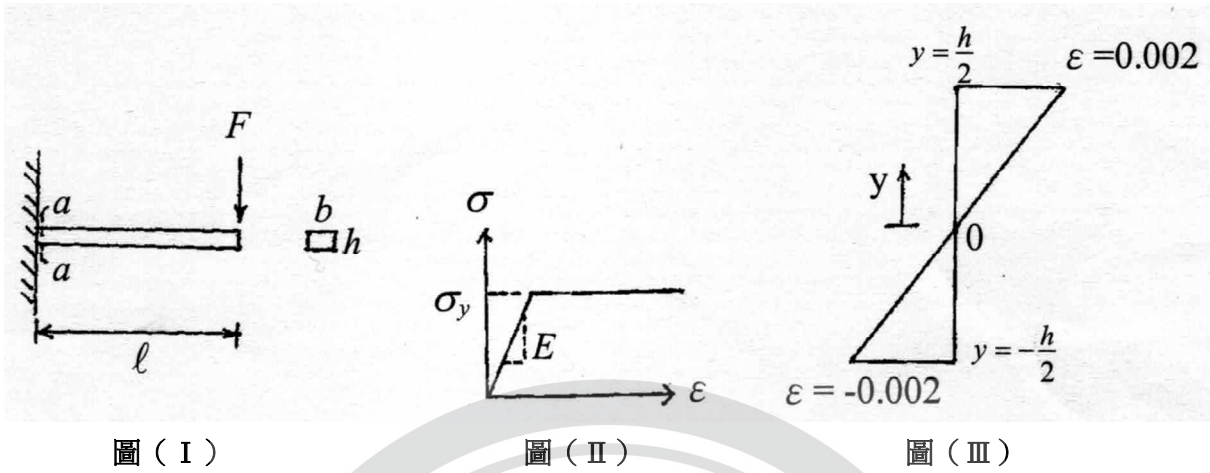
圖 a 莫爾圓

Ans：三維最大剪應力

$$\bar{\tau}_{\max} = 6 \text{ MPa}$$

※本題請參考“實力材料力學《系統剖析》下冊【F5.2-1】”

三、一長度 $L = 10\text{ m}$ 之懸臂梁，於其自由端承受一集中力 F 作用，如圖 (I) 所示，此均勻梁斷面 $b = 12\text{ cm}$ 及 $h = 12\text{ cm}$ ，其固體材料之應力應變行為屬線彈性完美塑性 (Elastic perfectly plastic)，如圖 (II) 所示，其中彈性模數 (Elastic modulus) $E = 200\text{ GPa}$ 及降伏強度 (Yield strength) $\sigma_y = 200\text{ MPa}$ ，假設此梁產生撓曲變位時，其斷面平面仍保持平面，此梁於 a-a 斷面處不同位置之應變量，如圖 (III) 所示，求此時梁所承受之集中力 F 。(25 分)



• 107 年三等特考試題 •

問題剖析

(1) 已知

- 材料性質：彈性-完全塑性
 $E = 200\text{ GPa}$ 、 $\sigma_y = 200\text{ MPa}$
- 幾何性質： $b = h = 12\text{ cm}$ ， $L = 10\text{ m}$
- 應變： $\epsilon_{\max} = 0.002$

(2) 待求

- 外力： F

(3) 思路

- (應變) \rightarrow (應力) \rightarrow (內力) \rightarrow (外力)

參考解答

(1) (應變) \rightarrow (應力)

- 依據材料特性 (組成律)

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{200}{200 \times 10^3} = 0.001 < \epsilon_{\max}$$

\therefore 已進入塑性階段

繪應變圖 (圖 a) 及應力圖 (圖 b)

(2) (應力) \rightarrow (內力)

- 依據靜力等效

$$C_1 = T_1 = (200)(30)(120) = 720 \times 10^3\text{ N}$$

$$C_2 = T_2 = \frac{1}{2}(200)(30)(120) = 360 \times 10^3\text{ N}$$

$$\begin{aligned} M &= C_1 d_1 + C_2 d_2 \\ &= (720 \times 10^3)(90) + (360 \times 10^3)(40) \\ &= 79.2 \times 10^6\text{ N}\cdot\text{mm} \end{aligned}$$

Key
要先找出恰達降伏之位置，以便區分彈性核心區域及外部塑性區域。

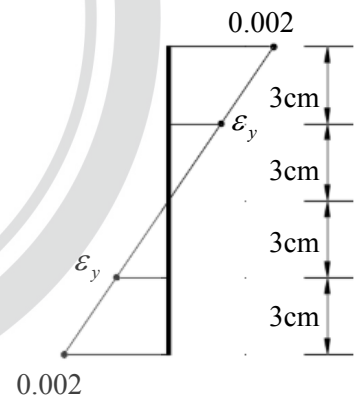


圖 a 應變圖

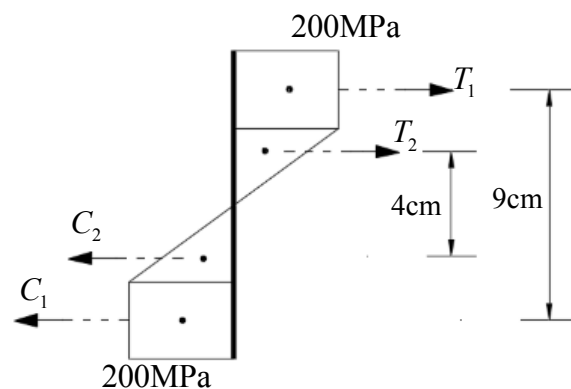


圖 b 應力圖

(3) (內力) → (外力)

- 依據力的平衡

$$M = FL$$

或

$$79.2 \times 10^6 = F(10 \times 10^3)$$

$$\Rightarrow F = 7920 \text{ N} = 7.92 \text{ kN}$$

<

Ans : $F = 7.92 \text{ kN}$

※本題請參考“實力材料力學《試題精選》【J3-1】”

四、如圖 (I) 所示為一長度 $L = 10 \text{ m}$ 之軸桿件，當其承受一均勻拉應力 $\sigma = 10 \text{ MPa}$ 作用時，同時將材料溫度由 20°C 升高至 30°C 時，此軸桿件長度伸長 $\delta = 0.6 \text{ cm}$ ，若持續承受此拉應力作用，將材料溫度再升高至 50°C 時，此軸桿件長度伸長變成 $\delta = 0.8 \text{ cm}$ 。此軸桿件於未承受任何拉應力作用時，將其兩端固定 (Fixed ends)，如圖 (II) 所示，當材料溫度由 40°C 降低至 20°C 時，此軸桿件產生拉力開裂破壞，試求此軸桿件之抗拉強度 (Tensile strength)。(25 分)

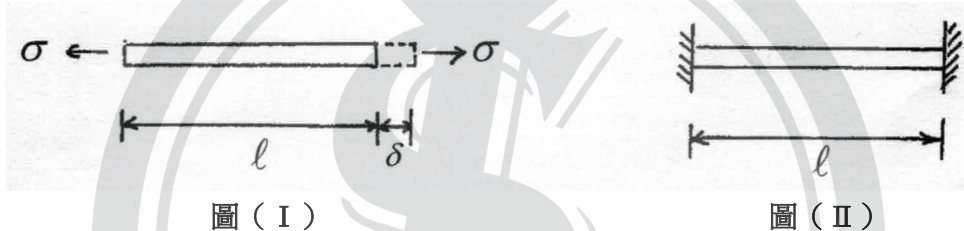


圖 (I)

圖 (II)

• 107 年三等特考試題 •

問題剖析

(1) 已知

- 幾何性質： $L = 10 \text{ m}$
- 應力： $\sigma = 10 \text{ MPa}$
- 變形： $\delta_1 = 0.6 \text{ cm}$ ($20^\circ\text{C} \sim 30^\circ\text{C}$)
 $\delta_2 = 0.8 \text{ cm}$ ($20^\circ\text{C} \sim 50^\circ\text{C}$)

(2) 待求

- 抗拉強度： σ_T (雙固端， $\Delta T = -20^\circ\text{C}$)

(3) 思路

- (應力、溫度) → (變形)
- (溫度) → (應力)

Key

先考慮溫度由 30°C 升高至 50°C 的變形量，就可以解決 α ，以避免處理聯立的問題。

實力技師金榜勇奪第一

106 年土木技師【前十名實力強佔九名】

106 年結構技師【前十名實力強佔七名】

參考解答**(1) (應力、溫度) → (變形)**

- 依據溫度變形公式

考慮溫度由 30°C 升高至 50°C

$$\delta_2 - \delta_1 = \alpha(\Delta T)L$$

或

$$(0.8 - 0.6) = \alpha(50 - 30)(10 \times 10^2)$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 1 \times 10^{-5}$$

- 依據軸力及溫度變形公式

$$\delta_1 = \left(\frac{\sigma}{E} + \alpha(\Delta T) \right) L$$

或

$$0.6 = \left(\frac{10}{E} + (1 \times 10^{-5})(30 - 20) \right) (10 \times 10^2)$$

$$\Leftrightarrow E = 20 \times 10^3 \text{ MPa}$$

(2) (溫度) → (應力)

- 依據熱應力公式

$$\sigma_T = E\alpha(\Delta T) = (20 \times 10^3)(1 \times 10^{-5})(20 - 40) = -4 \text{ MPa (拉)} \quad \blacktriangleleft$$

Ans: 抗拉強度 $\sigma_T = 4 \text{ MPa}$

Note

作答原則是能不解聯立就盡量不解聯立，這樣才能快速解決問題且避免增加錯誤的機會。

※本題請參考“實力材料力學《系統剖析》上冊【B3.6-1】”

【土木專業入門先修班】

學習土木專業科目之前必備的
基礎力學、基礎數學、微積分、工程數學，
讓您能先打好基礎以銜接明年初的專業課程，
欲參加者請至全國實力櫃檯洽詢。

2018~2019

讓您一路發~發久久

滿額送現金·讓您一路發



◆ 滿額戳戳樂~現金立馬發

學費每滿 \$16,800，可  一次

獎項 ▶

特獎
\$16,800

共10名 (1/40)

頭獎
\$10,800

共10名 (1/40)

貳獎
\$8,800

共10名 (1/40)

參獎
\$6,800

共30名 (3/40)

肆獎
\$3,800

共60名 (6/40)

伍獎
\$2,800

共80名 (8/40)

陸獎
\$1,680

共100名 (10/40)

柒獎
\$1,080

共100名 (10/40)



◆ 限時加購價~好康大放送

- 國文\$1,200 (原價\$2,500)
- 入門先修班\$1,200 (原價\$3,000)
- 全真模擬考\$1,800 (原價\$2,000)
- 精修特輔班\$5,500 (原價\$6,000)
- 精修班教材\$5,500 (原價\$6,000)
- 題型班教材\$3,500 (原價\$3,800)

注意事項

- 【限時加購】報名相關課程即可加購：加購之費用已優惠，無再其他折扣。
- 活動期間：107.11.1~107.12.31

實力 **28** 週年慶