

# 106 年公務人員高等考試試題測量學參考解答

一、就平面定位，回答下列問題：

- (一)三角測量規範中規定三角形各內角不得大於 $120^\circ$ ，亦不得小於 $30^\circ$ ，理由為何？(5 分)
- (二)導線測量規範中對折角大小無限制，理由為何？(15 分)

• 106 年土木高考試題 •

## 問題剖析

本題(一)中必須先說明三角測量必須考慮各內角之大小限制，(二)則以光線法說明導線測量則不必考慮各折角之大小限制。

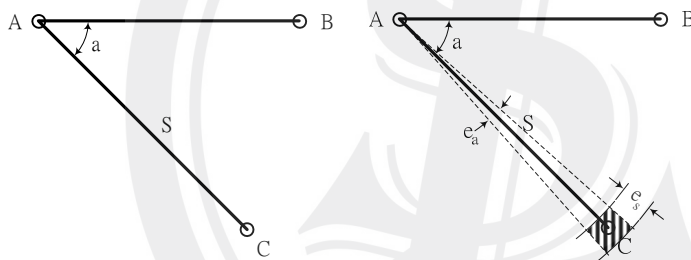
## 參考解答

(一) 三角測量規範中規定三角形各內角不得大於 $120^\circ$ ，亦不得小於 $30^\circ$ ，其理由說明於下：

三角測量中，利用正弦，由一邊以內角推算其他邊長，由於小角度時， $\sin$  值變化大，誤差影響大，所以必須控制三角網圖形（例如不得大於 $120^\circ$ 或不得小於 $30^\circ$ ），使內角正弦誤差所導致的邊長閉合誤差在限制範圍內。

(二) 導線測量規範中對折角大小無限制，其理由說明於下：

下圖中 AB 表二已知點，C 為待求點，s 與 a 表觀測之距離及水平角。由於 s 與 a 為正交，因此其定位誤差與夾角 a 之大小無關。



1. 圖中斜線部份表測距誤差  $e_s$  及測角誤差  $e_a$  對 C 點位置之影響情形。一般導線測量要求測角測距之誤差須相當，因此 C 點之誤差在各方向均相等，即 C 點誤差與夾角 a 之大小無關。

$$2. N_c = N_a + s \times \cos \phi_{ac}, \quad E_c = E_a + s \times \sin \phi_{ac}$$

$$\text{微分線性化：} \quad dN_c = dN_a + \cos \phi_{ac} ds + s(-\sin \phi_{ac}) d\phi_{ac}$$

$$dE_c = dE_a + \sin \phi_{ac} ds + s(\cos \phi_{ac}) d\phi_{ac}$$

若各觀測量獨立不相關，則依誤差傳播定律：

$$\sigma_{N_c}^2 = \sigma_{N_a}^2 + (\cos \phi_{ac})^2 \sigma_s^2 + (s \times \sin \phi_{ac})^2 \sigma_{\phi_{ac}}^2$$

$$\sigma_{E_c}^2 = \sigma_{E_a}^2 + (\sin \phi_{ac})^2 \sigma_s^2 + (s \times \cos \phi_{ac})^2 \sigma_{\phi_{ac}}^2$$

若不考慮  $N_a$ ， $E_a$  之誤差，且不考慮  $\phi_{ab}$  之誤差，即  $\phi_{ac}$  之誤差僅受夾角 a 之誤差影響， $\sigma_{\phi_{ac}} = \sigma_a$ 。又測

角測距之精度相當，即  $\sigma_s = s\sigma_a$ ，代入上式，得：

$$\sigma_{N_c}^2 = \sigma_s^2, \quad \sigma_{E_c}^2 = \sigma_s^2, \quad \text{即導線測量時 } N_c \text{ 及 } E_c \text{ 之誤差僅受 } \sigma_s \text{ 影響，與夾角 } a \text{ 之大小無關。}$$

### 【實力小叮嚀】

實力特別提醒您，  
別錯過報名時間喔！  
專技高考：8/1~8/10  
地方特考：9/12~9/21  
皆以網路報名呦~

※本題請參考“實力測量學精修班教材【6.6.3 中 93 年土木技師試題：測量規範中對三角測量時夾角的大小有限制（例如不得大於 $120^\circ$ 或不得小於 $30^\circ$ ），但在導線測量中則無此種限制。請詳加探討此差異之理由。】”

## 二、請說明下列問題：

(一)在全球定位系統 (Global Positioning System, GPS) 之解算時，常會將遮蔽角 (Mask angle) 設定大於 10 度，其原因為何？(10 分)

(二)GPS 之動態定位法有兩種，通常後處理動態定位法 (Post-Process Kinematic, PPK) 之精度會優於即時動態定位法 (Real-Time Kinematic, RTK) 之精度，其原因為何？(10 分)

• 106 年土木高考試題 •

## 問題剖析

本題(一)中需要說明遮蔽角設定大於 10 度之原因；而在(二)後處理動態定位法之精度較高，其原因除可採用精密星曆之外，亦需要額外說明其他因素。

## 參考解答

(一)在全球定位系統之解算時，常會將遮蔽角設定大於 10 度，其原因如下：

GPS 衛星訊號經過對流層時，傳播的路徑變化，造成傳播時間延遲的誤差。大氣層之對流層對 GPS 衛星訊號之影響與衛星高度等因素有關，通常衛星仰角愈高對流層影響愈小，一般避免採用低高度（例如仰角低於 10 度）之衛星觀測量。因此在全球定位系統之觀測或解算時，常會將遮蔽角設定大於 10 度。

(二)通常後處理動態定位法之精度會優於即時動態定位法之精度，其原因如下：

(1)即時動態定位法需要一個基站，而後處理動態定位法則可採用一個或多個基站。若後處理動態定位法採用多個基站，則通常可以提升定位精度。

(2)即時動態定位法需要採用廣播星曆，而後處理動態定位法則可採用廣播星曆或精密星曆。若後處理動態定位法採用精密星曆，或將軌道誤差視為參數，利用軟體來求解，則通常可以提升定位精度。

(3)後處理動態定位法可以針對對流層延遲誤差等誤差來源進行更嚴謹的處理。

(4)後處理動態定位法可以利用網形平差，以提升定位精度。

(5)在基準轉換階段，後處理動態定位法可以利用更多的控制點及嚴密的計算方法，以提升定位精度。

※本題請參考“實力測量學精修班教材【14.6 GPS 衛星定位測量之誤差與性質】”

三、已知一個平面三角形，測得兩邊長  $a$ 、 $b$ ，以及對應中誤差分別為  $m_a$ 、 $m_b$ ，且協變方 (Covariance) 為  $m_{ab}$ ；另亦獨立測得兩邊之夾角  $\theta$ ，其中誤差為  $m_\theta$ ，試推導三角形面積中誤差公式。(20 分)

• 106 年土木高考試題 •

## 問題剖析

本題考慮兩邊長之協變方，因此必須採用廣義誤差傳播定理，以求解三角形面積之中誤差。

## 參考解答

令  $F$  為三角形面積，則  $F = \frac{1}{2}ab\sin\theta$

$$\frac{\partial F}{\partial a} = \frac{1}{2}b\sin\theta, \quad \frac{\partial F}{\partial b} = \frac{1}{2}a\sin\theta, \quad \frac{\partial F}{\partial \theta} = \frac{1}{2}ab\cos\theta$$

$$dF = \frac{\partial F}{\partial a} da + \frac{\partial F}{\partial b} db + \frac{\partial F}{\partial \theta} d\theta, \quad [dF] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial a} & \frac{\partial F}{\partial b} & \frac{\partial F}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ db \\ d\theta \end{bmatrix}$$

依廣義誤差傳播定理：

$$[m_F^2] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial a} & \frac{\partial F}{\partial b} & \frac{\partial F}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_a^2 & m_{ab} & 0 \\ m_{ba} & m_b^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_\theta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial a} \\ \frac{\partial F}{\partial b} \\ \frac{\partial F}{\partial \theta} \end{bmatrix}$$

$$= \left[ \left( \frac{\partial F}{\partial a} \right)^2 m_a^2 + 2 \frac{\partial F}{\partial a} \frac{\partial F}{\partial b} m_{ab} + \left( \frac{\partial F}{\partial b} \right)^2 m_b^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial \theta} \right)^2 m_\theta^2 \right]$$

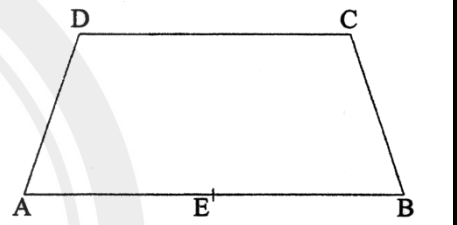
$$m_F^2 = \left( \frac{1}{2} b \sin \theta \right)^2 m_a^2 + 2 \left( \frac{1}{2} b \sin \theta \right) \left( \frac{1}{2} a \sin \theta \right) m_{ab} + \left( \frac{1}{2} a \sin \theta \right)^2 m_b^2 + \left( \frac{1}{2} ab \cos \theta \right)^2 m_\theta^2$$

$$m_F^2 = \left( \frac{1}{2} b \sin \theta \right)^2 m_a^2 + \frac{1}{2} ab \sin^2 \theta m_{ab} + \left( \frac{1}{2} a \sin \theta \right)^2 m_b^2 + \left( \frac{1}{2} ab \cos \theta \right)^2 m_\theta^2$$

實力網站上提供高普考部份科目解答  
<http://www.shi-li.com.tw/>

※本題請參考“實力測量學精修班教材【9.2 廣義誤差傳播】”

四、如圖所示，多邊形土地 ABCD 四個角隅點的坐標依序為：A (450.000 m, 150.000 m)、B (1150.000 m, 150.000 m)、C (1050.000 m, 450.000 m)、D (550.000 m, 450.000 m)，E 為 AB 之中點，試於 CD 線上定得 F、G 兩點，使 EF、EG 三等分多邊形 ABCD。(20 分)



• 106 年土木高考試題 •

**問題剖析**

本題是土地分割的問題，與面積計算有關。面積計算的方法，包含三斜法、梯形公式、坐標法等。本題以梯形公式來解土地分割的問題，計算過程比較簡單。

**參考解答**

E 為 AB 之中點，故：

$$X_E = \frac{450 + 1150}{2} = 800 \text{ m}, Y_E = 150 \text{ m}$$

四邊形 ABCD 之面積為：

$$\frac{300}{2} \times (500 + 700) = 180,000 \text{ m}^2$$

四邊形 EBCF 面積為四邊形 ABCD 面積的三分之一：

$$\frac{300}{2} \times (\overline{CF} + 350) = 180,000 \times \frac{1}{3}, \overline{CF} = 50 \text{ m}$$

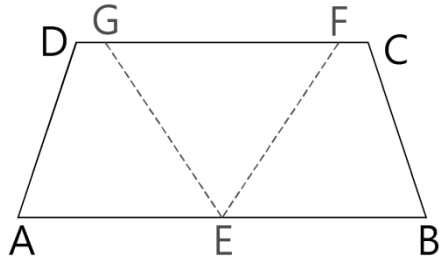
$$\overline{DG} = \overline{CF} = 50 \text{ m}, \overline{FG} = 500 - 50 - 50 = 400 \text{ m}$$

利用  $\overline{CF}$  與  $\overline{DG}$ ，可於現場 C 點與 D 點之直線上定得 F 點與 G 點。

F 點與 G 點之坐標為：

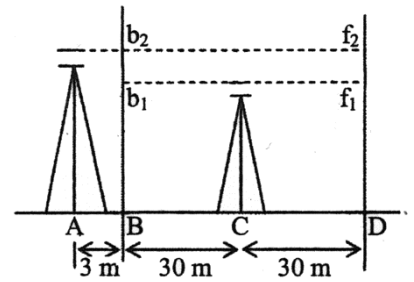
$$X_F = 1050 - 50 = 1000 \text{ (m)}, Y_F = 450 \text{ m}$$

$$X_G = 550 + 50 = 600 \text{ (m)}, Y_G = 450 \text{ m}$$



※本題請參考“實力測量學精修班教材【12.6 分割測量】”

- 五、如圖所示，A,B,C,D 四點之水平位置共線，點間距如圖所示。B,D 置水準尺，置水準儀於 C 得  $b_1 = 0.923 \text{ m}$ ， $f_1 = 0.875 \text{ m}$ ，後將水準儀移至 A，得讀數  $b_2 = 1.145 \text{ m}$ ， $f_2 = 1.100 \text{ m}$ 。回答下列問題：
- (一)計算視準軸誤差（仰角為“+”，俯角為“-”）。（10分）
- (二)依所提供之數據是否可求  $H_D - H_B$  之中誤差？若可，提出程序；若不可，提出理由。（10分）



• 106 年土木高考試題 •

### 問題剖析

本題是利用木樁法檢查水準儀之視準軸誤差，其中(一)是傳統的計算題型，而(二)則必須探討是否能求解兩標尺點位高程差之中誤差。

### 參考解答

#### (一)計算視準軸誤差

(1)假設視準軸誤差為  $x''$ （以秒為單位，仰角為正），則 B 至 D 之高程差  $\Delta H_{BD}$  為：

$$\Delta H_{BD} = [b_1 - 30x''/206265] - [f_1 - 30x''/206265] = b_1 - f_1$$

(2)儀器移到 B 點後距離 3 m 處：

$$\Delta H_{BD} = [b_2 - 3x''/206265] - [f_2 - 63x''/206265] = b_2 - f_2 + 60x''/206265$$

(3)由前二式可解得視準軸誤差  $x''$ ：

$$x'' = \frac{(b_1 - f_1) - (b_2 - f_2)}{60} \times 206265 = \frac{(0.923 - 0.875) - (1.145 - 1.100)}{60} \times 206265 \cong +10''$$

視準軸誤差為仰角  $10''$

(二)依所提供之數據，無法計算  $H_D - H_B$  之中誤差。

$$H_D - H_B = \Delta H_{BD}$$

若本題分別提供  $H_D$  及  $H_B$  之中誤差，假設分別為  $\sigma_{H_D}$  與  $\sigma_{H_B}$ ，且假設  $H_D$  及  $H_B$  獨立不相關，則依誤差傳播定律：

$$\sigma_{\Delta H_{BD}}^2 = \sigma_{H_D}^2 + \sigma_{H_B}^2$$

但由於本題並未提供  $H_D$  及  $H_B$  之中誤差，因此無法計算  $H_D - H_B$  之中誤差。

而由(一)中， $\Delta H_{BD} = b_1 - f_1$

若本題分別提供  $b_1$  及  $f_1$  之中誤差，假設分別為  $\sigma_{b_1}$  與  $\sigma_{f_1}$ ，且假設  $b_1$  及  $f_1$  獨立不相關，則依誤差傳播定律：

$$\sigma_{\Delta H_{BD}}^2 = \sigma_{b_1}^2 + \sigma_{f_1}^2$$

但由於本題並未提供  $b_1$  及  $f_1$  之中誤差，因此仍無法計算  $H_D - H_B$  之中誤差。

※本題請參考“實力測量學精修班教材【3.10 水準儀之檢查及校正】”

## 全面升級~實力給您前所未有的影音饗宴

【價格不變】服務再提升~設備更升級

- «補課更便利»-VOD 系統設備
- «操作更簡捷»-智慧課程列表
- «選課更輕鬆»-快速選課功能
- «畫質更清晰»-高畫質高解析
- «看片更流暢»-影片倍速播放

## 【實力多元輔導資源】

跟隨課程進度，安排精選考題  
自我模擬演練，加強獨立思考  
再透過線上 & 現場讀書會  
彼此觀念研討、經驗交流！  
有效的複習才能厚植實力！  
實力歡迎您的加入~