

# 105 年公務人員高等考試試題測量學參考解答

本科由實力專任教師**張陳程老師**即時解答

一、請繪製一些等高線以描繪山脊、山谷、盆地，以及山丘四種地形，每一種地形至少以 4 條等高線描繪，每條等高線上須標明高程值（高程值可自行設定，惟須合理。必要時可加註高程點）。每一種地形單獨描繪一圖，並須註明為何種地形。在山脊和山谷兩圖上，另須分別各自加繪山脊線和山谷線，且須符合所繪製的等高線走勢。(25 分)

【解題老師】張陳程老師

• 105 年土木高考試題 •

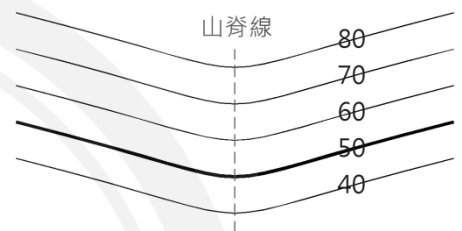
## 問題剖析

本題須分別繪製山脊、山谷、盆地與山丘之等高線圖。

## 參考解答

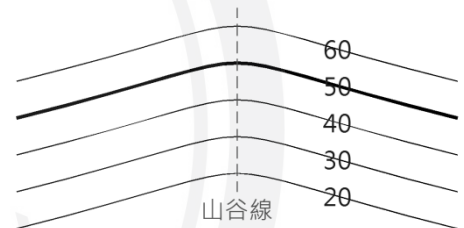
### (1) 山脊之等高線圖

山脊是山的凸稜，由山頂延伸至山腳。山脊最高的稜線稱為山脊線，通常是分水嶺。山脊之等高線多呈 U 型，極薄之山脊則呈 V 型，字體之底部指向地勢低處。山脊線兩側之等高線一般是對稱的。等高線與山脊線為正交。



### (2) 山谷之等高線圖

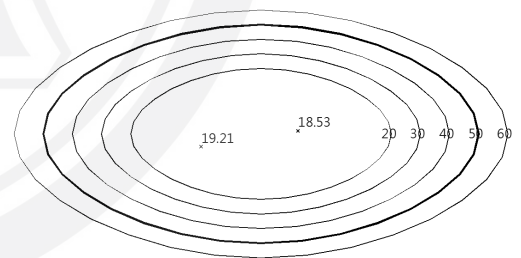
山谷是兩山脊之間的凹部。山谷線是谷底最低點的連線。山谷之等高線多呈  $\Omega$  型，極薄之山谷則呈  $\Lambda$  型，字體之底部指向上游。等高線遇到河流或山谷線時，不能直接繪至對面，應按實測狀況沿河岸之一側趨向上游，前進至谷(河)底或水邊等高處通過，再以同樣趨勢折向下游。等高線與山谷線為正交。



### (3) 盆地之等高線圖

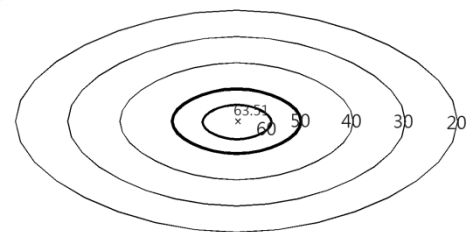
盆地是四周高，而在中間形成低地的地形。

盆地或窪地之等高線一般是閉合之等高線，其外圈等高線之高程值高於內圈等高線之高程值，亦即高程值向內漸減。一般須在盆底最低處及盆底地形變化處註記高程，以能正確顯示盆地的地形。



### (4) 山丘之等高線圖

山丘是較四周顯著凸起的高地。山頂是山之最高處。山頂之等高線一般為閉合之等高線，其外圈等高線之高程值低於內圈等高線之高程值，亦即高程值向內增加。通常須於山頂之最高處註記高程。



※本題請參考“實力測量學精修班教材【P.271 等高線及其特性】”

實力網站上提供高普考部份科目解答

<http://www.shi-li.com.tw/>

二、以全測站儀觀測角度時，一些儀器誤差會影響角度的正確性。請說明野外測量時，如何檢查一台全測站儀有無橫軸誤差？又透過何種測量方法可減低或消除橫軸誤差的影響？(25 分)

【解題老師】張陳程老師

• 105 年土木高考試題 •

### 問題剖析

本題分為兩部分，首先必須說明如何檢查全測站儀之橫軸誤差，接著說明減低全測站儀橫軸誤差之方法。

### 參考解答

#### (一)檢查全測站儀之橫軸誤差

橫軸誤差是指橫軸未垂直於直立軸之誤差，即橫軸未水平。全測站儀由於橫軸誤差之影響，當視準軸繞水平軸旋轉時，將劃成一斜面，因此對水平讀數造成誤差。

檢查橫軸誤差之程序如下：經緯儀整置於地上，定平後以十字絲中心瞄準前方一高點 P，P 點必須是明確的目標，之後俯視地上得 Q 點。倒鏡再瞄準 P 點，接著俯視，如能正好瞄準同一 Q 點，表示儀器無誤差；如未能正好瞄準同一 Q 點(假設瞄準 R 點)，表示橫軸未垂直於直立軸。

一般須先檢查視準軸誤差，否則因視準軸誤差，亦將可能造成倒鏡時未能正好瞄準同一 Q 點。

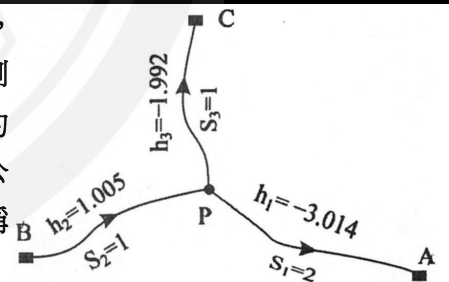
#### (二)減低橫軸誤差影響之測量方法

望遠鏡縱轉時，當視線之傾斜愈大時，橫軸誤差對水平方向誤差之影響愈大。測量水平角時，通常後視與前視方向之垂直角不同，因此水平軸誤差將造成水平角之誤差。水平角觀測時採用正倒鏡觀測同一目標，橫軸誤差對水平方向誤差之影響的大小相同，但誤差之方向相反，因此採用正倒鏡觀測取平均可以減少橫軸誤差之影響。

若全測站儀提供此項誤差之校正功能，則參考儀器使用手冊，依照儀器選單之率定程序進行檢查，全測站儀之微處理器可計算及儲存改正量，之後觀測之水平角將自動改正此誤差。

※本題請參考“實力測量學精修班教材【P.124 橫軸之檢查及校正、P127 水平軸誤差。】”

三、水準數據如圖所示，圖中  $S_i$  ( $i=1,2,3$ ) 表示水準路線長(單位為公里)， $h_i$  ( $i=1,2,3$ ) 為高程差觀測值(單位為公尺)，箭頭方向表示高程差測量的方向。假設觀測量獨立不相關，且已知水準點 A、B 和 C 三點的高程分別為  $H_A = 25.006$ 、 $H_B = 26.996$  和  $H_C = 26.002$  (單位為公尺)。試列出觀測方程式和權矩陣，並估計 P 點高程及其標準差(又稱標準誤差、或稱中誤差)。(25 分)



【解題老師】張陳程老師

• 105 年土木高考試題 •

### 問題剖析

本題須利用平差求解未知點之高程及標準誤差。

### 參考解答

已知 A、B、C 之高程分別為  $H_A=25.006\text{m}$ 、 $H_B=26.996\text{m}$ 、 $H_C=26.002\text{m}$ 。

水準路線長  $S_1=2\text{km}$ 、 $S_2=1\text{km}$ 、 $S_3=1\text{km}$ 。

高程差觀測值  $h_1=-3.014\text{m}$ 、 $h_2=1.005\text{m}$ 、 $h_3=-1.992\text{m}$ 。

假設未知點 P 之高程為  $H_P$ 。

### 【實力小叮嚀】

實力特別提醒您，  
別錯過報名時間喔！  
技師考試：8/2~8/11  
地方特考：9/13~9/22  
皆以網路報名呦~

列出觀測方程式如下：

$$h_1 + v_1 = H_A - H_P, h_2 + v_2 = H_P - H_B, h_3 + v_3 = H_C - H_P$$

$$v_1 = -H_P + H_A - h_1, v_2 = H_P - H_B - h_2, v_3 = -H_P + H_C - h_3$$

觀測方程式以矩陣方式表示如下：

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} [H_P] - \begin{bmatrix} -H_A + h_1 \\ H_B + h_2 \\ -H_C + h_3 \end{bmatrix} \quad (\text{Ans})$$

令  $V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$ ,  $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ,  $X = [H_P]$ ,  $L = \begin{bmatrix} -H_A + h_1 \\ H_B + h_2 \\ -H_C + h_3 \end{bmatrix}$ ,

即觀測方程式之矩陣方式為  $V = AX - L$

假設各觀測量獨立不相關，則權矩陣如下：

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{S_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{S_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{S_3} \end{bmatrix} \quad (\text{Ans})$$

採用最小二乘法平差：

$$N = A^T P A = \left[ \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} \right], N^{-1} = \left[ \frac{1}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3}} \right]$$

$$U = A^T P L = \left[ -\frac{1}{S_1}(-H_A + h_1) + \frac{1}{S_2}(H_B + h_2) - \frac{1}{S_3}(-H_C + h_3) \right]$$

$$X = N^{-1} U = \left[ \frac{-\frac{1}{S_1}(-H_A + h_1) + \frac{1}{S_2}(H_B + h_2) - \frac{1}{S_3}(-H_C + h_3)}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3}} \right]$$

$$H_P = \frac{-\frac{1}{2}(-25.006 - 3.014) + \frac{1}{1}(26.996 + 1.005) - \frac{1}{1}(-26.002 - 1.992)}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}}$$

$$H_P = \frac{-\frac{1}{2}(-28.020) + \frac{1}{1}(28.001) - \frac{1}{1}(-27.994)}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}}$$

$$= 28.002(\text{m}) \quad (\text{Ans})$$

$$v_1 = -28.002 + 25.006 - (-3.014) = 0.018$$

$$v_2 = 28.002 - 26.996 - 1.005 = -0.001$$

$$v_3 = -28.002 + 26.002 - (-1.992) = -0.008$$

$$\frac{1}{S_1} v_1 + \frac{1}{S_2} v_2 + \frac{1}{S_3} v_3 = 0.000$$

令單位權中誤差為  $\sigma_0$ ，則

$$\sigma_0^2 = \frac{\frac{1}{S_1} v_1^2 + \frac{1}{S_2} v_2^2 + \frac{1}{S_3} v_3^2}{n - u}$$

$$\sigma_0^2 = \frac{\frac{1}{2} \times 0.018^2 + \frac{1}{1} \times (-0.001)^2 + \frac{1}{1} \times (-0.008)^2}{3 - 1} = 1.135 \times 10^{-4}$$

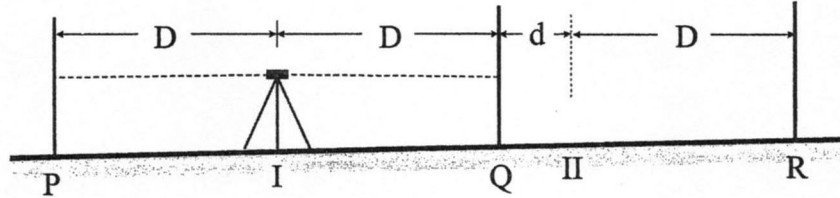
未知數之變方-協變方矩陣  $\Sigma_X = \sigma_0^2 N^{-1}$ ，令 P 點高程之標準誤差為  $\sigma_P$ ，則

$$\sigma_P^2 = \sigma_0^2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3}} = 1.135 \times 10^{-4} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}} = 4.54 \times 10^{-5}$$

$$\sigma_P \cong \pm 6.74 \times 10^{-3} \cong 0.007(\text{m}) \quad (\text{Ans})$$

**【實力多元輔導資源】**  
 跟隨課程進度，安排精選考題  
 自我模擬演練，加強獨立思考  
 再透過線上 & 現場讀書會  
 彼此觀念研討、經驗交流！  
 有效的複習才能厚植實力！  
 實力歡迎您的加入~

四、如圖所示，先將水準儀整置水平於 I 處，對 P 和 Q 兩處水準尺讀數分別為 1.218 公尺和 0.927 公尺；之後再將同一台水準儀整置水平於 II 處，對 P 和 Q 兩處水準尺讀數分別為 1.492 公尺和 1.195 公尺，另又對 R 點水準尺讀數為 1.056 公尺。若僅考慮視準軸誤差，且水平距  $D = 25$  公尺， $d = 5$  公尺，試計算 P、Q 兩點高程差，以及該水準儀的視準軸誤差，此項誤差請以角度量且以秒為單位來表示，並須註明俯角或仰角。又在水準儀整置水平於 II 處時，若要校正此項誤差，應調整水準儀十字絲，使十字絲的橫絲對準於 P 處水準尺讀數何處？另外，若已知 P 點的高程為 10.000 公尺，試求 R 點的高程。(25 分)



【解題老師】張陳程老師

• 105 年土木高考試題 •

### 問題剖析

本題是檢查及計算水準儀之視準軸偏差。

### 參考解答

(1) 假設視準軸偏差為  $x''$  (以秒為單位，仰角為正)，則 P 至 Q 之高程差  $\Delta H$  為：

$$\begin{aligned} \Delta H &= [1.218 - 25x/206265] - [0.927 - 25x''/206265] \\ &= 1.218 - 0.927 = 0.291(\text{m}) \end{aligned} \quad (\text{Ans})$$

(2) 儀器移到 Q 點後距離  $d$  處：

$$\begin{aligned} \Delta H &= [1.492 - 55x/206265] - [1.195 - 5x''/206265] \\ &= 0.297 - 50x''/206265 \end{aligned}$$

(3) 由前二式可解得視準軸偏差  $x''$ ：

$$x'' = \frac{0.297 - 0.291}{50} \cdot 206265 \cong 25'' \text{視準軸偏差為仰角} \quad (\text{Ans})$$

(4) 正確之 P 尺讀數為  $1.492 - 55x''/206265 = 1.485(\text{m})$  (Ans)

(5)  $\Delta H_{PR} = (1.492 - 55x''/206265) - (1.056 - 25x''/206265) = 0.432(\text{m})$

$$\text{R 點的高程 } H_R = 10.000 + 0.432 = 10.432(\text{m}) \quad (\text{Ans})$$

※本題請參考“實力測量學精修班教材【P.53 水準儀之檢查及校正】”

### 實力題型班熱力登場

【考試重點整理】+【歷屆考題詳解】+【最新趨勢剖析】

- 您是考場老生嗎？  
每次總差個幾分，不想再年復一年吧！  
讓實力題型班為您補上臨門一腳，助您順利過關！
- 您是考場新手嗎？  
感覺時間不夠用，進度嚴重落後，怎麼辦？  
實力題型班幫您精準抓題，讓您輕鬆達陣！
- 9/2 起各科陸續開課，敬請把握舊制最後機會，先搶先贏喔！

### 技師高考【題型班】

9/02(五)18:30 RC 開課  
9/05(一)18:30 土力開課  
9/06(二)18:30 材力開課  
~實力歡迎您免費預約試聽~