

104 年地方政府公務人員三等考試靜力學與材料力學參考解答

本科由實力專任教師許弘老師及林冠丞老師即時解答

一、水平天花板上，有三定點 A、B、C，由這三定點各有一根繩索，連接在空間中 D 點，而 ABCD 構成一正四面體，正四面體代表每個面都是正三角形。在 D 點懸掛一垂直重物，其重力大小為 10 kN，請問每根繩索所受到的張力為多少？(25 分)

【解題老師】許弘 老師

• 104 年三等特考試題 •

問題剖析

1. 本題的重點在確認幾何關係。因為是正四面體，載重會在正中央，三索的拉力必定相同。
2. 假設正四面體邊長為 a ，索長為邊長 a ，由幾何關係可知載重中心點距 A、B、C 三點的水平直線距離為 $a/\sqrt{3}$ ，即可知繩索的傾角。

參考解答

❖ 計算索力

假設正四面體邊長為 a ，索長為邊長 a ，由幾何關係可知載重中心點距 A、B、C 三點的水平直線距離為 $a/\sqrt{3}$ ，即可知以垂直線起算索的傾角為 $\theta = \sin^{-1}(1/\sqrt{3}) = 35.264^\circ$ 。

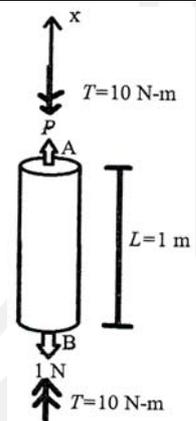
載重會在正中央，三索的拉力必定相同。索的垂直力各分 1/3 為 10/3kN。

索力 $T = (10/3)/\cos 35.264^\circ = 4.082 \text{ kN(拉)}$ 。

※【資料來源】：本題請參考“實力靜力學《精修班講義》〔P2-45 例 2.16〕”

二、有一垂直的實心均質圓桿，如下圖所示，其直徑為 $d = 10 \text{ cm}$ ，圓桿的長度 $L = 1 \text{ m}$ ，圓桿的下緣 B 點受到 $P = 1 \text{ N}$ 力作用，並且在圓桿兩端受到扭矩 $T = 10 \text{ N}\cdot\text{m}$ 作用，圓桿的密度已知為 2 kg/m^3 。

- (一)若末端 B 點為 x 軸原點，並且正 x 軸向上（與重力方向相反），請問沿著 x 座標，斷面上的軸向應力(axial stress) σ_{xx} 與 x 的函數關係為何？(10 分)
- (二)請問在垂直於圓桿形心軸之平面上，因扭矩所造成的最大剪應力 τ_{\max} 為多少？(5 分)
- (三)在整根圓桿上，材料所受到的最大主應力(principal stress)為多少？(10 分)



【解題老師】林冠丞 老師

• 104 年三等特考試題 •

問題剖析

(1)已知

- 材料性質： $\rho = 2 \text{ kg/m}^3$
- 幾何性質： $d = 10 \text{ cm}$ ， $L = 1 \text{ m}$
- 外力： $P = 1 \text{ N}$ ， $T = 10 \text{ N}\cdot\text{m}$

(2)待求

- 應力： σ_{xx} ， $\tau_{xy,\max}$
- 主應力： σ_P

(3)思路

- (外力) → (內力) → (應力) → (主應力)

參考解答**(1) (外力) → (內力)**

- 依據力的平衡 (圖 a)

$$N_x = P + \gamma Ax$$

(2) (內力) → (應力)

- 依據軸向應力公式

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{N_x}{A} = \frac{P}{A} + \gamma x = \frac{1}{\pi(0.1)^2/4} + (2)(9.81)(x) \\ &= 127.32 + 19.62x \text{ Pa}\end{aligned}$$

頂端 A 點處

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= 127.32 + 19.62(1) \\ &= 146.9 \text{ Pa}\end{aligned}$$

- 依據扭轉剪應力公式

$$\begin{aligned}\tau_{xy,\max} &= \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16(10)}{\pi(0.1)^3} \\ &= 50,930 \text{ Pa}\end{aligned}$$

(3) (應力) → (主應力)

- 依據主應力公式

$$\begin{aligned}\sigma_{P_1} &= \left(\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \right) + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \right)^2 + (\tau_{xy,\max})^2} \\ &= \left(\frac{146.9 + 0}{2} \right) + \sqrt{\left(\frac{146.9 - 0}{2} \right)^2 + (50,930)^2} \\ &= 51,000 \text{ Pa}\end{aligned}$$

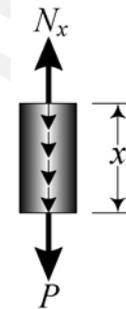


圖 a 分離體圖

Ans : (a) $\sigma_{xx} = 127.32 + 19.62x \text{ Pa}$

(b) $\tau_{xy,\max} = 50,930 \text{ Pa}$

(c) $\sigma_{P_1} = 51,000 \text{ Pa}$

※【資料來源】：本題請參考“實力材料力學《系統剖析》〔P2-15〕”

104 年技師、三四等特考

部分科目解答

請上實力網站參閱

<http://www.shi-li.com.tw/>

【土木粉絲專頁宣言】

實力土木為提供更專業的服務，針對四大類科《結構分析》、《結構設計》、《大地工程》、《管理施工》建立專業資訊的交流平台！
有興趣探討土木建築專業的朋友們，不論是準備考試、學校課業、學術研討或工程實務等相關議題，歡迎共同提出並參與討論哦～
藉此可以厚植個人的專業實力，
希望各位朋友們一起來分享！

三、關於熱膨脹所造成的應變與應力，請回答下列問題：

- (一)當物體之溫度由參考溫度提高，若物體並不受到任何束限，可以自由膨脹，此時根據應變的定義，可以將膨脹量除以原長得到熱應變。請問這時候物體是否承受應力？若有應力，大小如何表達？(10分)
- (二)物體因為溫度變化所產生的應變是軸向應變？還是剪應變？(5分)
- (三)假設有一物體原來長度為 L ，受到溫度提升自由膨脹的變形量為 δ_T ，但是物體無法任意膨脹，可容許的膨脹量為 δ (其中 $\delta < \delta_T$)，物體的彈性模數為 E ，斷面積為 A ，請問斷面上的應力為多少？(10分)

【解題老師】林冠丞 老師

• 104 年三等特考試題 •

參考解答

- (一)當物體未受拘束，可自由變形，此時並無應力。
- (二)溫度變化所產生的是軸向應變（正交應變）。

$$\varepsilon_T = \alpha(\Delta T)$$

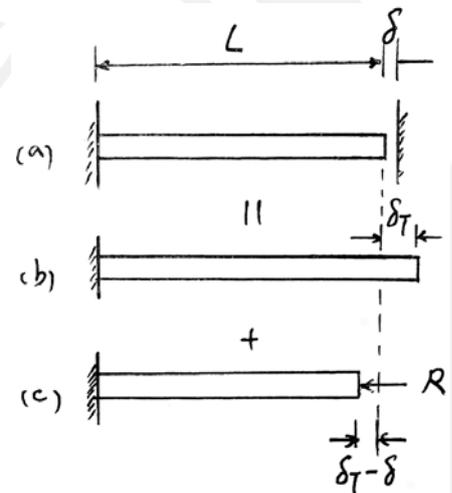
- (三)依據題意：(圖 a) = (圖 b) + (圖 c)

圖 b：自由變形，無應力。

$$\text{圖 c：} \varepsilon = \frac{\delta_T - \delta}{L}$$

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{E(\delta_T - \delta)}{L}$$

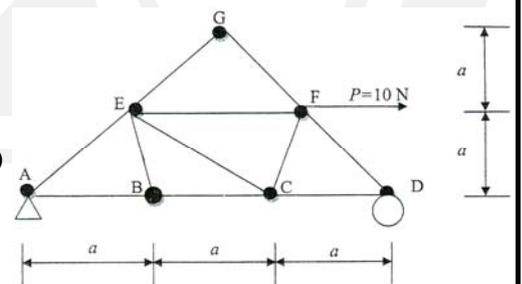
$$\therefore \text{斷面承受壓應力為 } \sigma = \frac{E(\delta_T - \delta)}{L}$$



※【資料來源】：本題請參考“實力材料力學《系統剖析》〔例 B3.6-2〕”

四、如圖所示，有一桁架系統(truss)，在 A 處為鉸支承(hinge support)，在 B 處為滾支承(roller support)。請回答下列問題：

- (一)所謂的桁架系統，所有外力必須作用在何處？(5分)
- (二)請問 BE 構件是否為零力構件？若為零力構件，請解釋。(5分)
- (三)請挑出所有的零力構件。(5分)
- (四)請計算出桁架系統中的每一非零力構件所受到的力為多少？(10分)



【解題老師】許弘 老師

• 104 年三等特考試題 •

問題剖析

1. 桁架桿件僅有軸力，故外加載重必須作用於結點上。
2. 零力桿件為直接用外觀即可判斷桿力為零的桿件。有兩種類型的零桿考生必須掌握：①兩桿相交，無外力、反力作用，兩桿力皆為零。②三桿相交，其中兩桿成一直線，無外力、反力作用，突出第三桿力為零。
 題圖的桁架傾斜角度標示不清，解題時假設 G 點位於正中央。

參考解答

(一) 桁架系統的作用力限制

桁架的外加載重必須作用於結點上，使得桁架桿件僅有軸力。

(二) BE 桿零桿判斷

有兩種類型的零桿考生必須掌握：

- ①兩桿相交，無外力、反力作用，兩桿力皆為零。
- ②三桿相交，其中兩桿成一直線，無外力、反力作用，突出第三桿力為零。

BE 桿屬於三桿相交類型。B 點有 AB、BC 與 BE 桿三桿相交，B 點無外力作用，突出的 BE 桿其桿力為零。可以切出 B 點分離體，只有 BE 桿有垂直力分量，但 B 點無外力，所以 BE 桿的垂直力必為零，故 BE 桿軸力也為零。

(三) 所有零桿挑出

除了 BE 桿之外，G 點有 EG 與 FG 桿二桿相交，G 點無外力作用，兩桿力皆為零。所有一共有 **BE 桿、EG 與 FG 桿** 三根桿件為零桿。

(四) 計算非零桿軸力

題圖的桁架傾斜角度標示不清，解題時假設 G 點位於正中央。圖(a)顯示桁架非零桿的幾何關係。先計算反力

$$[+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0]: (R_D)(3a) - (10)(a) = 0 \Rightarrow R_D = 10/3 \text{ kN}(\uparrow)。$$

$$[+ \rightarrow \Sigma F_x = 0]: R_{Ax} = 10 \text{ kN}(\leftarrow)。$$

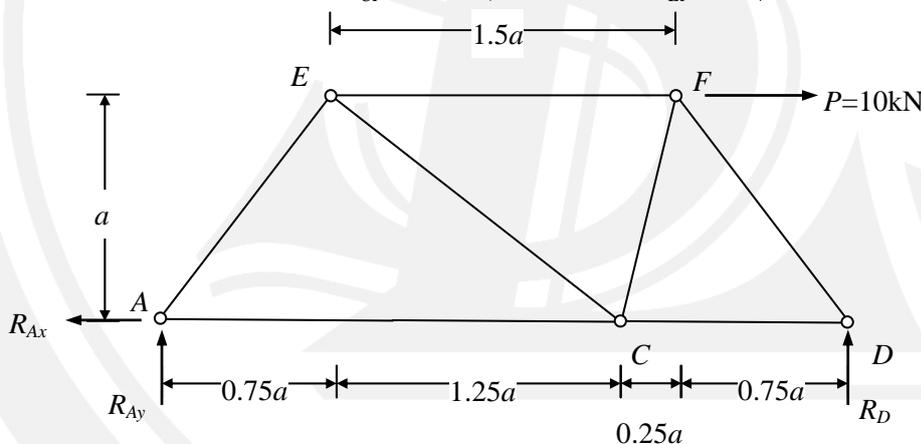
$$[+ \uparrow \Sigma F_y = 0]: R_D + R_{Ay} = 0 \Rightarrow R_{Ay} = -10/3 \text{ kN}(\downarrow)。$$

取 D 結點進行力平衡計算， $N_{DF} = -25/6 \text{ kN}(\text{壓})$ ； $N_{CD} = 2.5 \text{ kN}(\text{拉})$ 。

取 A 結點進行力平衡計算， $N_{AE} = 25/6 \text{ kN}(\text{拉})$ ； $N_{AC} = 7.5 \text{ kN}(\text{拉})$ 。

取 E 結點進行力平衡計算， $N_{CE} = -5\sqrt{41}/6 \text{ kN}(\text{壓})$ ； $N_{EF} = 20/3 \text{ kN}(\text{拉})$ 。

取 F 結點進行力平衡計算， $N_{CF} = 5\sqrt{17}/6 \text{ kN}(\text{拉})$ ； $N_{EF} = 20/3 \text{ kN}(\text{拉})$ ，檢核完畢。



圖(a)

※【資料來源】：本題請參考“實力靜力學《精修班講義》〔P3-17 例 3.04〕”

105 年技師高考【精修班】

台北班 1/4(一)18:30 靜力

台中班 1/2(六)09:00 材力

高雄班 1/2(六)18:00 土力

其他課程陸續開課

~歡迎免費試聽~

第二天三等特考【營管與施工】解答

請上實力網站參閱

<http://www.shi-li.com.tw/>