

102 年地方政府公務人員四等考試測量學概要參考解答

本科由實力專任教師莊 致老師即時解答

一、經緯儀之讀數誤差為 1"、照準誤差為 4"：

(一)做單角法觀測(含正倒鏡)一水平角之誤差為何?(7分)

(二)做四次單角法(含正倒鏡)平均值之誤差為何?(7分)

(三)以此經緯儀量測得 30°、120°、240°、330° 之誤差大小排序為何?(6分)

【解題老師】莊 致 老師

• 102 年四等特考試題 •

問題剖析

- (一)本題為基本誤差傳播應用於經緯儀測角之計算。
 (二)建議先寫出公式，再代入數據計算。
 (三)建議先作基本之答題說明，再依照子題題號依次作答。

參考解答

答題說明：

(1)若 $Ans=f(x,y,z,...)$ ，且各個觀測量間獨立不相關，

$$\text{則 } \sigma_{ANS} = \sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \cdot \sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \cdot \sigma_z\right)^2 + \dots}$$

(2)照準目標並讀數之中誤差 $\sigma = \sqrt{(\sigma_{照準})^2 + (\sigma_{讀數})^2} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17} \doteq \pm 4.123"$ (一)設照準之兩目標分別為 A、B 兩點，已得照準並讀數之中誤差皆為 $\sigma \doteq \pm 4.123"$ 。

則一次單角法成果與其中誤差之計算式如下：

$$f_1() = f(\text{正 A, 倒 A, 正 B, 倒 B})$$

$$= \frac{\text{正 B} + \text{倒 B} \pm 180^\circ}{2} - \frac{\text{正 A} + \text{倒 A} \pm 180^\circ}{2} = \frac{\text{正 B} + \text{倒 B} \pm 180^\circ - \text{正 A} - \text{倒 A} \pm 180^\circ}{2}$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \text{正 A}} \cdot \sigma_{\text{正 A}}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \text{倒 A}} \cdot \sigma_{\text{倒 A}}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \text{正 B}} \cdot \sigma_{\text{正 B}}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \text{倒 B}} \cdot \sigma_{\text{倒 B}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{1}{2} \cdot \sigma_{\text{正 A}}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} \cdot \sigma_{\text{倒 A}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \sigma_{\text{正 B}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \sigma_{\text{倒 B}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\sigma^2} = \sigma = \pm 4.123" \doteq \pm 4.1"$$

(二)設各次測角為獨立不相關，四次單角法 $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ 之中誤差皆為 $\sigma_1 \doteq \pm 4.123"$ 。

則四次單角法平均值與其中誤差之計算式如下：

$$f_2() = f(\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4) = \frac{\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4}{4}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \angle 1} \cdot \sigma_{\angle 1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \angle 2} \cdot \sigma_{\angle 2}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \angle 3} \cdot \sigma_{\angle 3}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \angle 4} \cdot \sigma_{\angle 4}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{4} \cdot \sigma_{\angle 1}\right)^2 + \left(\frac{1}{4} \cdot \sigma_{\angle 2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4} \cdot \sigma_{\angle 3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4} \cdot \sigma_{\angle 4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} \sigma_1^2} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{4}} = \pm 2.062" \doteq \pm 2.1"$$

(三)經緯儀施測水平角時，無論角度大小，其計算式皆相同，所以測量 30°、120°、240°、330° 各角度之誤差大小也一樣。

103 年技師高考【精修班】

台北班 1/3(五)18:30 材力

台中班 1/5(日)09:00 材力

高雄班 1/2(四)18:30 結構

其他課程陸續開課

~歡迎免費試聽~

※【資料來源】：本題請參考“實力測量學精修班教材〔3-3-4. 水平角測算〕”

二、假設一全測站角度測量標準偏差為 $\pm 5''$ ，測距標準偏差為(5 mm, 5 ppm)，假設距離測量不需考慮測程限制(亦即可一次施測完畢)，則推算在何種距離施測下，測角所產生之定位標準偏差等同於測距所產生之定位標準偏差？答案之有效位數須至少達公尺(m)以下三位。(20分)

【解題老師】莊致老師

• 102年四等特考試題

問題剖析

- (一)本題為基本誤差傳播應用於測角、量距精度之計算。
 (二)建議先寫出公式，再代入數據計算。並依題目要求之計算位數作答。
 (三)雖然題目未要求驗算，但建議仍自行驗算，以確定答案之正確無誤。

參考解答

$$(一) \text{測角精度} = \frac{\text{測角誤差}}{206265''} = \frac{5''}{206265''} = \frac{1}{41253}$$

$$(二) \text{測距精度} = \frac{\text{距離誤差}}{\text{距離}} = \frac{\sqrt{0.005^2 + (5 \cdot 10^{-6} \cdot D)^2}}{D}$$

$$(三) \text{因為欲使測角精度} = \text{測距精度}，\text{所以} \frac{\sqrt{0.005^2 + (5 \cdot 10^{-6} \cdot D)^2}}{D} = \frac{1}{41253}$$

兩邊取平方，交叉相乘，展開得

$$D^2 = 41253^2 \cdot \{0.005^2 + (5 \cdot 10^{-6} \cdot D)^2\} = (41253^2 \cdot 0.005^2) + 41253^2 \cdot (5 \cdot 10^{-6})^2 \cdot D^2$$

$$\text{移項得} D^2 \{1 - 41253^2 \cdot (5 \cdot 10^{-6})^2\} = (41253^2 \cdot 0.005^2)$$

$$D = \sqrt{\frac{41253^2 \cdot 0.005^2}{1 - 41253^2 \cdot (5 \cdot 10^{-6})^2}} = 210.798 \text{ m}$$

$$(四) \text{驗算：測距精度} = \frac{\sqrt{0.005^2 + (5 \cdot 10^{-6} \cdot 210.798)^2}}{210.798} = \frac{1}{41253.007}$$

※【資料來源】：本題請參考“實力測量學精修班教材

〔3-4-3. 電子測距儀測距精度 與 4-4-5. 導線測角與量距精度之配合〕”

三、假設c點上有一個高塔，今擬在平坦地面上之兩點a, b進行測量c點上之高塔頂端d之高程 h_d 。若以布捲尺來回測量ab得到120.930 m及120.920 m。在a點設置經緯儀，儀器高為1.450 m，測得之水平夾角 $\angle dab$ 為 $58^\circ 30' 0''$ ，且測得d點之仰角為 $13^\circ 15' 30''$ ，若以正鏡縱角歸零，得到在b點上之水準尺讀數為1.995 m，而倒鏡縱角歸零，得到在b點上之水準尺讀數為1.975 m。而在b點設置經緯儀，儀器高為1.550 m，測得之水平夾角 $\angle dba$ 為 $64^\circ 33' 0''$ ，且測得d點之仰角為 $14^\circ 10' 30''$ ，若以縱角歸零，以正倒鏡得到在a點上之水準尺讀數分別為1.050 m及1.030 m。假設點a之高程為30.000m，請計算出高塔頂端d之高程 h_d 。(20分)

【解題老師】莊致老師

• 102年四等特考試題

問題剖析

- (一)本題為三角高程測量之計算，但部分數據需經計算方能拿到。
 (二)數據頗多且雜，抽絲剝繭，要有臨危不亂之本事。先來個深呼吸吧！
 (三)建議先作基本之答題說明，再依序代入數據計算作答。

實力專屬菁英師資 僅此一家別無分店

實力土木的專業教師群，僅在實力授課，絕無在其他補習班兼課！

有補習班長期打著挖角實力師資的宣傳，正突顯其師資不足，也間接肯定實力的師資陣容！

從去年起有若干學生受騙上當，請考生們勇於舉發不實宣傳，保障個人上課權益！

參考解答

(一)三角高程測量之計算式與需具備之資料如下：(因為距離僅百餘公尺，所以忽略地球曲率與大氣折光差之影響)

未知點高程=測站高程+儀器高+水平距離* \tan (垂直角) - 覘標高

測站	測站高程	儀器高	水平距離	垂直角	覘標高
A 點	$H_A = 30.000$ m	$i_A = 1.450$ m	D_{AC} 待算	$\alpha_A = 13^\circ 15' 30''$	0.000 m
B 點	H_B 待算	$i_B = 1.550$ m	D_{BC} 待算	$\alpha_B = 14^\circ 10' 30''$	0.000 m

(二)各待算之數據如下：

(1) H_B ：

$$\text{由 A 點施測：} H_B = H_A + 1.450 - (1.995 + 1.975)/2 = 30.000 + 1.450 - 1.985 = 29.465 \text{ m}$$

$$\text{由 B 點施測：} H_B = H_A - 1.550 + (1.050 + 1.030)/2 = 30.000 - 1.550 + 1.040 = 29.490 \text{ m}$$

$$\text{平均得 } H_B = 29.4775 \text{ m}$$

(2) D_{AC} 、 D_{BC} ：(以正弦公式計算)

$$D_{AB} = (120.930 + 120.920)/2 = 120.925 \text{ m}$$

$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 58^\circ 30' 00'' - 64^\circ 33' 00'' = 56^\circ 57' 00''$$

$$D_{AC} = \sin \angle B \cdot \frac{D_{AB}}{\sin \angle C} = \sin 64^\circ 33' 00'' \cdot \frac{120.925}{\sin 56^\circ 57' 00''} = 130.269 \text{ m}$$

$$D_{BC} = \sin \angle A \cdot \frac{D_{AB}}{\sin \angle C} = \sin 58^\circ 30' 00'' \cdot \frac{120.925}{\sin 56^\circ 57' 00''} = 123.009 \text{ m}$$

(三) d 點高程由 A、B 兩點分別計算如下：

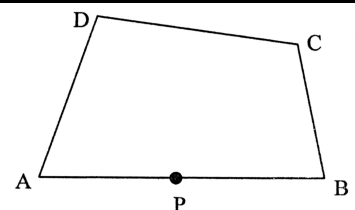
$$H_d = H_A + i_A + D_{AC} \cdot \tan(\alpha_A) = 30.0000 + 1.450 + 130.269 \cdot \tan(13^\circ 15' 30'') = 62.1443 \text{ m}$$

$$H_d = H_B + i_B + D_{BC} \cdot \tan(\alpha_B) = 29.4775 + 1.550 + 123.009 \cdot \tan(14^\circ 10' 30'') = 62.0965 \text{ m}$$

$$\text{平均得 } H_d = 62.120 \text{ m}$$

※【資料來源】：本題請參考“實力測量學精修班教材〔2-6-4. 垂直角與三角高程測量〕”

四、有一宗四邊形之土地，如圖所示，A、B、C、D 為土地界址點，其坐標為已知。現欲將該土地分割成兩筆等面積之土地，其分割之條件為：分割線需通過經界線 AB 中點 P。試說明整個分割作業程序並列出所有計算式。(20 分)



【解題老師】莊致老師

• 102 年四等特考試題 •

問題剖析

- (一)此為數值法分割計算，重點為座標法計算面積與平面幾何之應用。
- (二)本題與「乙級地籍測量技術士」術科試題第 2 題完全相同。
- (三)若時間允許，建議檢驗以確定答案之正確。

參考解答

- (一)本題為點位測設，需先完成內業計算，再進行外業放樣。
- (二)內業計算：

$$(1) P \text{ 點座標：} X_P = (X_A + X_B)/2 \quad Y_P = (Y_A + Y_B)/2$$

102 年技師、三四等特考

部分科目解答

請上實力網站參閱

<http://www.shi-li.com.tw/>

(2)座標法計算四邊形 ABCD 之面積：

$$A_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} X_A & X_B & X_C & X_D & X_A \\ Y_A & Y_B & Y_C & Y_D & Y_A \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \{(X_A \cdot Y_B + X_B \cdot Y_C + X_C \cdot Y_D + X_D \cdot Y_A) - (X_B \cdot Y_A + X_C \cdot Y_B + X_D \cdot Y_C + X_A \cdot Y_D)\}$$

(3)列兩方程式來解算另一分割點 Q 之座標 X_Q 、 Y_Q ：

$$A_{APQD} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} X_A & X_P & X_Q & X_D & X_A \\ Y_A & Y_P & Y_Q & Y_D & Y_A \end{vmatrix} = 0.5 \cdot A_{ABCD} \quad \frac{X_Q - X_C}{Y_Q - Y_C} = \frac{X_D - X_C}{Y_D - Y_C}$$

(4)計算測設所需之距離：

$$\overline{CQ} = \sqrt{(X_Q - X_C)^2 + (Y_Q - Y_C)^2} \quad \overline{DQ} = \sqrt{(X_Q - X_D)^2 + (Y_Q - Y_D)^2}$$

$$\overline{AP} = \overline{BP} = \sqrt{(X_P - X_B)^2 + (Y_P - Y_B)^2}$$

(三)外業放樣：

(1) P 點位置：整置經緯儀於 B 點，照準 A 點，指揮助手往此方向拉尺 \overline{BP} 定出 P 點。

(2) Q 點位置：整置經緯儀於 C 點，照準 D 點，指揮助手往此方向拉尺 \overline{CQ} 定出 Q 點。

(四)檢驗：

$$(1) \text{ Q 點座標： } A_{PBCQ} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} X_P & X_B & X_C & X_Q & X_P \\ Y_P & Y_B & Y_C & Y_Q & Y_P \end{vmatrix} = 0.5 \cdot A_{ABCD}$$

(2) P 點位置：量 P 點至 A 點距離，應與計算所得之 \overline{AP} 相同。

(3) Q 點位置：量 Q 點往 D 點距離，應與計算所得之 \overline{DQ} 相同。

※【資料來源】：本題請參考“實力測量學精修班教材〔5-9-3. 乙級地籍測量技術士術科試題〕”

五、如圖中所示，試述雷射水準儀 (Laser Level) 之原理與其應用。(20 分)

詳細題目請上實力網站下載~

【解題老師】莊致老師

• 102 年四等特考試題 •

問題剖析

- (一)本題純為測驗考生對儀器之認識。
- (二)依題意逐項作答，並給予適當之項目編碼。

參考解答

(一)雷射水準儀 (Laser level) 又稱雷射水平儀。

- (1)具雷射光管，能向外發射雷射光束，方向為垂直向上。
- (2)雷射光束配合內建五角菱鏡，經折射及反射作用後，改變方向成為水平放射。
- (3)水平放射之雷射光束可藉馬達帶動，使其繞直立軸作 360°旋轉，來標示水平面。

(二)雷射水準儀之應用：

- (1)雷射水準儀之垂直放射光束，可用來協助上下樓層間之定位。
- (2)雷射水準儀之水平放射光束，可用來進行水準測量。操作時若背景光線太強，難以察覺雷射光束照準處，則可將感應器連結於水準尺，由持尺者升降感應器至與雷射光同高後，再依照感應器所感應記號在水準尺之位置，由持尺者來讀數。
- (3)馬達帶動之雷射光束所形成之水平面，可應用於單人作業時之水準標定，如整地、安裝地板、天花板施工…等。部分機種尚可處理傾斜度在 2°以內之微傾平面。

※【資料來源】：本題請參考“實力測量學精修班教材〔3-2-4. 水準儀的種類〕”