

101 年專門職業及技術人員高等考試結構設計參考解答

本科由實力專任教師林瀚老師及許弘老師即時解答

- 一、(一)有一矩形鋼筋混凝土版，長邊長度為 L ，短邊長度為 S ，試以 L/S 之比例區分單向版及雙向版。(3分)
- (二)根據我國現行混凝土結構設計規範(土木 401-100)，雙向版之設計除採用直接設計法外尚可採用何方法?(3分)
- (三)有一無梁之鋼筋混凝土版柱系統如圖所示，所有柱尺寸均為 $40\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ ，針對虛線範圍內之版，依據土木 401-100 規定，標示出其長向(W-E 向)柱列帶及中間帶之範圍及尺寸。(4分)
- (四)假設版之單位面積設計載重 $q_u = 500\text{ kgf/m}^2$ ，依所附土木 401-100 相關規定，針對虛線範圍內之版，以直接設計法計算版長向(W-E 向)柱列帶及中間帶之正彎矩及負彎矩，並標示正、負彎矩之位置。(15分)

土木401-100相關規定：

6.7.3.2 內跨間負設計彎矩為總靜定設計彎矩 M_0 之 65%，正設計彎矩為 M_0 之 35%。

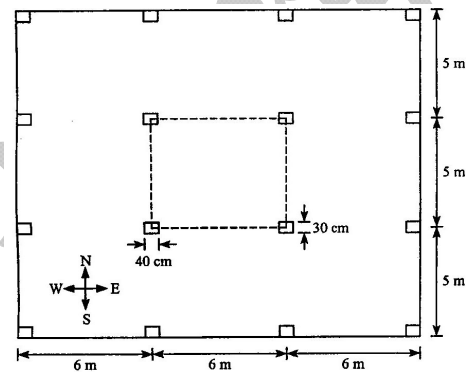
6.7.4.1 分配到柱列帶之內支承負設計彎矩之百分率應如下表，其中間值以內插法求之：

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$\alpha_f l_2/l_1 = 0$	75	75	75
$\alpha_f l_2/l_1 \geq 1.0$	90	75	45

α_f 為梁與版之撓曲勁度比

6.7.4.4 分配到柱列帶之正設計彎矩之百分率應如下表，其中間值以內插法求之：

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$\alpha_f l_2/l_1 = 0$	60	60	60
$\alpha_f l_2/l_1 \geq 1.0$	90	75	45



【解題老師】林瀚 老師

• 101 年土木技師試題 •

問題剖析

雙向版直接設計法 \Rightarrow 求總靜定彎矩 $M_0 = \frac{q_u l_2 l_n^2}{8} \Rightarrow$ 縱向分配，內跨負彎矩 $0.65M_0$ ，內跨正彎矩 $0.35M_0 \Rightarrow$ 橫向分配，柱列帶負彎矩 $75\% \times (0.65M_0)$ ，中間帶負彎矩 $25\% \times (0.65M_0)$ ，柱列帶正彎矩 $60\% \times (0.35M_0)$ ，中間帶正彎矩 $40\% \times (0.35M_0)$ 。

參考解答

(一)單向版與雙向版一般以長邊與短邊之比例做區分，長邊長度為 L ，短邊長度為 S ，若 $L/S > 2$ 則為單向版，若 $L/S < 2$ 則為雙向版。

(二)雙向版之設計可採用「直接設計法」或「相當構架法」進行設計。

(三)本題之長向(W-E 向)柱列帶及中間帶如圖 a，其中柱列帶寬度為柱中心

線每側 $\min\left(\frac{l_1}{4}, \frac{l_2}{4}\right)$ 取小值。

$$\min\left(\frac{l_1}{4}, \frac{l_2}{4}\right) = \min\left(\frac{600}{4}, \frac{500}{4}\right) = 125\text{ cm}$$

(四) 1. 求總靜定彎矩 $M_0 = \frac{q_u l_2 l_n^2}{8} = \frac{500 \times 10^{-3} \times (5.0) \times (6.0 - 0.4)^2}{8} = 9.8\text{ tf-m}$

2. 縱向分配：(如圖 b)

負彎矩 = $0.65 \times 9.8 = 6.37\text{ tf-m}$

正彎矩 = $0.35 \times 9.8 = 3.43\text{ tf-m}$

3. 橫向分配：

本題為無梁版，梁之撓曲勁度為 0，故 $\alpha_f = 0$

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{500}{600} = 0.83$$

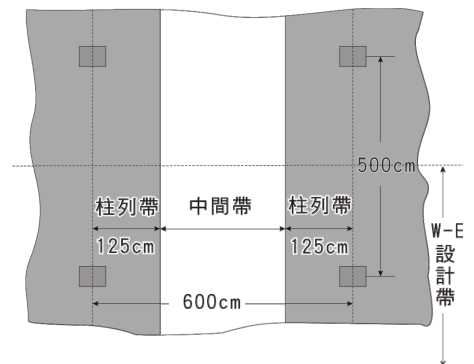


圖 a

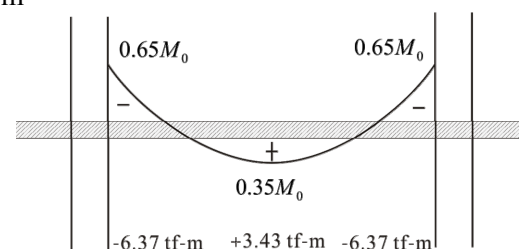


圖 b

分配到柱列帶之內支承負設計彎矩之百分率應如下表，其中間值以內插法求之：

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$\alpha_f l_2/l_1 = 0$	75	75	75
$\alpha_f l_2/l_1 \geq 1.0$	90	75	45

取內插 = 75%

分配到柱列帶之正設計彎矩之百分率應如下表，其中間值以內插法求之：

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$\alpha_f l_2/l_1 = 0$	60	60	60
$\alpha_f l_2/l_1 \geq 1.0$	90	75	45

取內插 = 60%

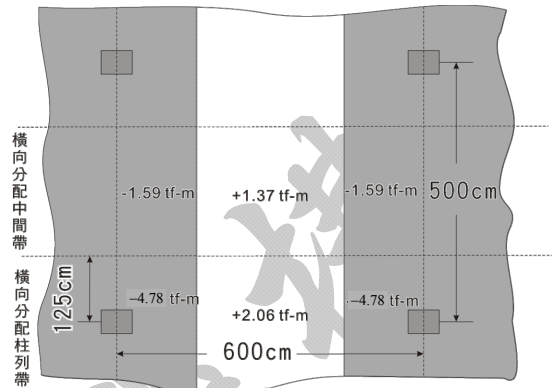
將上一步驟之負彎矩及正彎矩依上表比例分配至橫向：

	負彎矩	正彎矩
總彎矩	-6.37 tf-m	+3.43 tf-m
柱列帶分配	(75%) -4.78 tf-m	(60%) +2.06 tf-m
中間帶分配	(25%) -1.59 tf-m	(40%) +1.37 tf-m

第二天土木技師 【結構分析】解答

請上實力網站參閱

<http://www.shi-li.com.tw/>



※本題請參考“實力鋼筋混凝土學《系統剖析》— [P300~302]”

實力專屬菁英師資 僅此一家別無分店

實力土木的專業教師群，僅在實力授課，絕無在其他補習班兼課！

有補習班長期打著挖角實力師資的宣傳，正突顯其師資不足，也間接肯定實力的師資陣容！

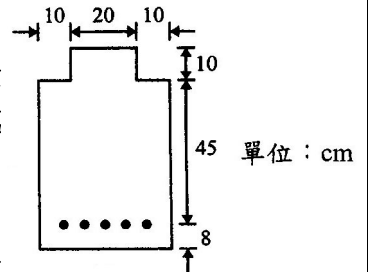
從去年起有若干學生受騙上當，請考生們勇於舉發不實宣傳，保障個人上課權益！

二、有一鋼筋混凝土梁斷面如圖所示，鋼筋彈性模數 $E = 2.04 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ ，鋼筋降伏應力 $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ ，混凝土坑壓強度 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ 。

(一)根據我國現行混凝土結構設計規範(土木 401-100)，「拉力控制斷面為受壓混凝土達到規定極限應變 0.003 時，最外受拉鋼筋之淨拉應變 ϵ_t 大於或等於 0.005」。如此梁為拉力控制斷面，則其最大之拉力鋼筋面積 A_s 為何？

(10 分)

(二)如此梁採用 5 根 #8 拉力鋼筋，1 根 #8 之橫斷面積為 5.07 cm^2 。此梁之設計是否符合土木 401-100 規範中拉力控制斷面的規定？試求該梁斷面之彎矩計算強度 M_n 及設計彎矩 M_u 。(15 分)



【解題老師】林瀚 老師

• 101 年土木技師試題 •

問題剖析

非矩形斷面 \Rightarrow 以力平衡求出中性軸 \Rightarrow 對混凝土斷面，求出等值應力塊承壓面積 \Rightarrow 以鋼筋形心為支點，可得計算彎矩強度 $M_n \Rightarrow$ 拉力控制斷面 $\phi = 0.9$ ， $M_u = \phi M_n$

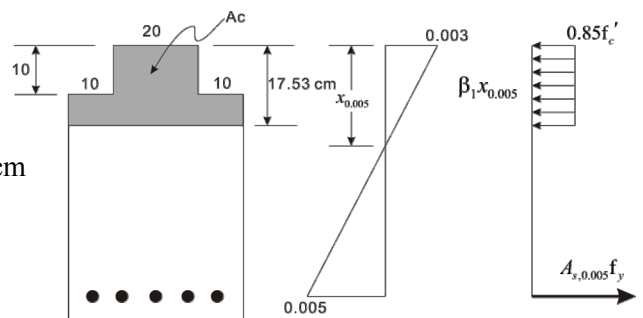
參考解答

(一)由右圖已知應變量，

$$\text{得 } x_{0.005} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + 0.005} d_t = \frac{0.003}{(0.003 + 0.005)} \times (45 + 10) = 20.625 \text{ cm}$$

$$\because f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2 \Rightarrow \beta_1 = 0.85$$

$$a = \beta_1 x_{0.005} = 0.85 \times 20.625 = 17.531 \text{ cm}^2$$



混凝土壓力面積， $A_c = 17.531 \times 40 - 10 \times 10 \times 2 = 501.25 \text{ cm}^2$

由力平衡 $0.85f'_c A_c = A_{s,0.005} f_y$

$$0.85 \times 280 \times 501.25 = A_{s,0.005} \times 4200 \Rightarrow A_{s,0.005} = 28.40 \text{ cm}^2$$

故此梁為拉力控制斷面，其最大拉力鋼筋量 $A_{s,0.005} = 28.40 \text{ cm}^2$

(二)

$$A_s = 5 \times 5.07 = 25.35 \text{ cm}^2$$

由於 $A_s < A_{s,0.005}$ ，故此梁為拉力控制斷面， $\phi = 0.9$

假設中性軸為 $x \text{ cm}$ ，拉力鋼筋已降伏

由右圖可知，

$$\text{混凝土壓力面積 } A_c = (40 \times \beta_1 x - 10 \times 10 \times 2) = 34x - 200 \text{ cm}^2$$

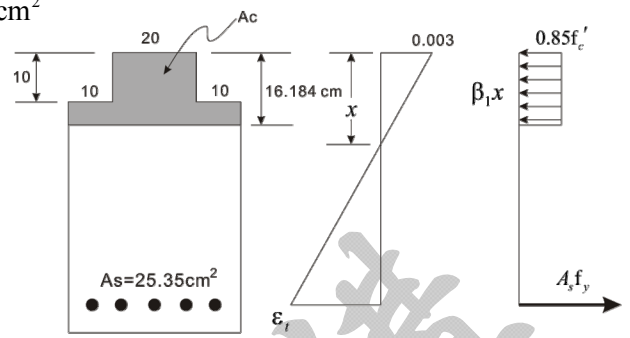
由力平衡 $0.85f'_c A_c = A_s f_y$

$$0.85 \times 280 \times (34x - 200) = 25.35 \times 4200, \text{ 解出 } x = 19.0398 \text{ cm}, \beta_1 x = 0.85 \times 19.0398 = 16.1838 \text{ cm}$$

計算彎矩強度為

$$M_n = \left[(40 \times 16.1838 \times 0.85 \times 280) \times \left(55 - \frac{16.1838}{2} \right) - \left(200 \times 0.85 \times 280 \times \left(55 - \frac{10}{2} \right) \right) \right] \times 10^{-5} = 48.47 \text{ tf-m}$$

設計彎矩為 $M_u = \phi M_n = 0.9 \times 48.47 = 43.62 \text{ tf-m}$



※本題請參考“實力鋼筋混凝土學《系統剖析》—〔P87例 2.17〕”

三、使用極限設計法 (LRFD)，計算下列(一)~(三)之設計彎曲強度 $\phi_b M_n$ ，梁為 $H800 \times 350 \times 19 \times 40$

($d \times b_f \times t_w \times t_f$)， $F_y = 2.5 \text{ tf/cm}^2$ ：

(一)側向支撐長度為 8 m 及 $C_b = 1.0$ 。(9 分)

(二)側向支撐長度為 20 m 及 $C_b = 1.2$ 。(9 分)

(三)梁全長均有側向支撐， $C_b = 1.2$ 。(7 分)

($E = 2040 \text{ tf/cm}^2$ ， $G = 790 \text{ tf/cm}^2$ ， $d = 80 \text{ cm}$ ， $t_w = 1.9 \text{ cm}$ ， $b_f = 35 \text{ cm}$ ， $t_f = 4 \text{ cm}$ ， $A = 417 \text{ cm}^2$ ， $I_x = 464000 \text{ cm}^4$ ， $I_y = 28600 \text{ cm}^4$ ， $S_x = 11600 \text{ cm}^3$ ， $S_y = 1640 \text{ cm}^3$ ， $r_x = 33.4 \text{ cm}$ ， $r_y = 8.29 \text{ cm}$ ， $Z_x = 13100 \text{ cm}^3$ ， $Z_y = 2480 \text{ cm}^3$ ， $J = 1660 \text{ cm}^4$ ， $C_w = 41300000 \text{ cm}^6$ ，殘留應力 $F_r = 1.16 \text{ tf/cm}^2$)

【解題老師】許弘 老師

• 101 年土木技師試題 •

問題剖析

- (1)注意題目並沒有「直接」敘明是結實斷面，故必須依照題後所附公式進行斷面結實性檢核。但本題給定的寬厚比為「塑性設計斷面」的標準，所以判斷後答題時應使用本斷面為塑性設計斷面為妥。但塑性設計斷面相關的強度計算方式與結實斷面「完全一樣」，故無解題上之困擾。不要忘了梁的 $\phi_b = 0.9$ ，許弘老師是不是有強調一定要背。
- (2)解題步驟為(先計算出臨界側向支撐長度 L_p 、 L_r) \Rightarrow (由側向支撐長度 L_b 與臨界側向支撐長度 L_p 、 L_r 比較進而確定梁破壞模式) \Rightarrow (依破壞模式所對應的強度計算公式去求出設計強度)。最後不要忘了 C_b 可以放大強度，但不可以超過塑性彎矩 M_p 。
- (3)雖然題目並沒有直接說明是繞強軸或弱軸彎曲，但只有繞強軸彎曲計算才有側向支撐長度 L_b 與強度放大因子 C_b 的適用，故本題以繞強軸彎曲求解。

參考解答

1. 斷面結實性檢核

(1) 翼版結實性

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{35}{(2)(4)} = 4.375 ;$$

$$(\lambda_p = \frac{17}{\sqrt{2.5}} = 10.752) > (\lambda_{pd} = \frac{14}{\sqrt{2.5}} = 8.854) > (\frac{b_f}{2t_f} = 4.375)。$$

翼版滿足塑性設計斷面要求。

(2) 腹版結實性

$$\frac{h}{t_w} = \frac{80 - (2)(4)}{1.9} = 37.895 ;$$

$$(\lambda_p = \frac{170}{\sqrt{2.5}} = 107.517) > (\lambda_{pd} = \frac{138}{\sqrt{2.5}} = 87.279) > (\frac{h}{t_w} = 37.895)。$$

腹版滿足塑性設計斷面要求。

故此斷面為塑性設計斷面（比結實斷面更好）。

2. 計算側支撐臨界長度，判斷梁破壞模式

(1) 計算側支撐臨界長度

$$L_p = \frac{80r_y}{\sqrt{F_y}} = \frac{(80)(8.29)}{\sqrt{2.5}} = 419.445 \text{ cm}。$$

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{EGJ_A}{2}} = \frac{\pi}{11600} \sqrt{\frac{(2040)(790)(1660)(417)}{2}} = 202.268。$$

$$X_2 = 4 \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{GJ} \right)^2 = (4) \left(\frac{41300000}{28600} \right) \left[\frac{11600}{(790)(1660)} \right]^2 = 0.452。$$

$$L_r = \frac{(8.29)(202.268)}{(2.5 - 1.16)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + (0.452)(2.5 - 1.16)^2}} = 1916.626 \text{ cm}。$$

(2) 判斷梁破壞模式

① 梁 ($L_p = 419.445 \text{ cm}$) $<$ ($L_b = 800 \text{ cm}$) $<$ ($L_r = 1916.626 \text{ cm}$) \Rightarrow 非彈性 LTB。 $C_b = 1.0$ 。

② 梁 ($L_r = 1916.626 \text{ cm}$) $<$ ($L_b = 2000 \text{ cm}$) \Rightarrow 彈性 LTB。 $C_b = 1.2$ 。

③ 梁全長均有側向支撐 $L_b = 0$ ，不生 LTB。因是塑性設計斷面，故標稱彎矩強度即直接為塑性彎矩 M_p ， C_b 值為何無計算上之意義。

3. 設計彎矩 $\phi_b M_{nx}$ 計算

(1) 梁側向支撐長度 8 m， $C_b = 1.0$ ，非彈性 LTB

假設梁均為繞強軸彎曲。

$$M_{Px} = F_y Z_x = (2.5)(13100) = 32750 \text{ tf-cm} = 327.5 \text{ tf-m}。$$

$$\phi_b M_{Px} = (0.9)(32750) = 29475 \text{ tf-cm} = 294.75 \text{ tf-m}。$$

$$M_{rx} = (F_y - F_r) S_x = (2.5 - 1.16)(11600) = 15544 \text{ tf-cm} = 155.44 \text{ tf-m}。$$

$$\phi_b M_{nx} = (0.9)(1.0) \left[327.5 - (327.5 - 155.44) \left(\frac{800 - 419.445}{1916.626 - 419.445} \right) \right] = 255.389 \text{ tf-m} < 294.75 \text{ tf-m}$$

$$\phi_b M_{nx} = 255.389 \text{ tf-m}。$$

“101 年土木技師”完整試題講解
於 101/12/11(二) 18:30
實力學員可免費回班參加
* 另開放 15 個名額給非學員 *

實力專題講座

時間：102/1/2(三)

18:30~20:30

主題：最新考試動態及
應考策略剖析

(技師改制的最新動態)

~座位有限請先預約，額滿為止~

對象：實力學員可免費參加

* 另開放 15 個名額給非學員 *

(2)梁側向支撐長度 20 m， $C_b = 1.2$ ，彈性 LTB

$$\phi_b M_{nx} = \phi_b M_{cr} = (0.9)(1.2) \frac{(11600)(202.268)(\sqrt{2})}{\left(\frac{2000}{8.29}\right)} \sqrt{1 + \frac{(202.268)^2 (0.452)}{(2)\left(\frac{2000}{8.29}\right)^2}}$$

$$= 15990.563 \text{ tf-cm} = 159.906 \text{ tf-m} < 294.75 \text{ tf-m}$$

$\phi_b M_{nx} = 159.906 \text{ tf-m}$ ◀

(3)梁全長均有側向支撐

斷面為塑性設計斷面，標稱彎矩強度為塑性彎矩 M_p 。

$\phi_b M_{nx} = \phi_b M_{px} = 29475 \text{ tf-cm} = 294.75 \text{ tf-m}$ ◀

Ans：(一)梁側向支撐長度 8 m， $C_b = 1.0$ 。 $\phi_b M_{nx} = 255.389 \text{ tf-m}$ 。

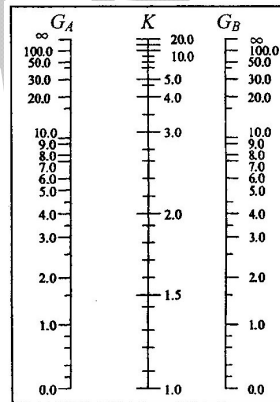
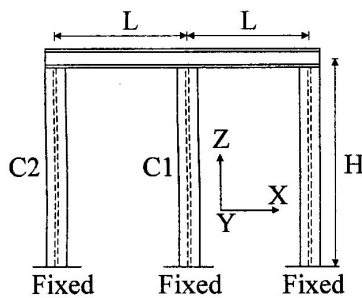
(二)梁側向支撐長度 20 m， $C_b = 1.2$ 。 $\phi_b M_{nx} = 159.906 \text{ tf-m}$ 。

(三)梁全長均有側向支撐， $\phi_b M_{nx} = \phi_b M_{px} = 294.75 \text{ tf-m}$ 。

※本題請參考“實力觀念鋼結構《系統剖析》－〔P5-47 例 5.7〕”

四、使用極限設計法 (LRFD)，計算圖中柱 1 (C1) 之設計極限載重。圖中柱為 H800×350×19×40 (斷面資料如第三題)， $F_y = 3.5 \text{ tf/cm}^2$ ，梁為 H500×200×10×16 ($d \times b_f \times t_w \times t_f$)

($d = 50 \text{ cm}$ ， $t_w = 1 \text{ cm}$ ， $b_f = 20 \text{ cm}$ ， $t_f = 1.6 \text{ cm}$ ， $A = 112 \text{ cm}^2$ ， $I_x = 46800 \text{ cm}^4$ ， $I_y = 2140 \text{ cm}^4$ ， $S_x = 1870 \text{ cm}^3$ ， $S_y = 214 \text{ cm}^3$ ， $r_x = 20.4 \text{ cm}$ ， $r_y = 4.36 \text{ cm}$)。 K_x 使用懸臂梁之設計建議值 (理論值為 2)， K_y 使用圖表計算之 ($H = 10 \text{ m}$ ， $L = 8 \text{ m}$)。(25 分)



【解題老師】許弘 老師

• 101 年土木技師試題 •

問題剖析

- (1)使用連線圖解法求 K 值時，必須先確定柱在彎曲平面內的端點支撐條件。用以判斷端點是否側移，以及相關的束制狀況，已便後續端點 G 值之計算。本題構架 xz 平面中無設置斜撐端點可側移，且依題意 C1 柱在 yz 平面強軸挫屈的有效長度係數 $K_x = 2.1$ 。
- (2)在計算端點 G 值時，務必注意在彎曲平面上柱跟梁是繞強軸或弱軸彎曲。在構架 xz 平面中梁是繞「強」軸彎曲，應帶入強軸 I 值；所有柱在構架 xz 平面都是繞「弱」軸彎曲，應帶入弱軸 I 值。
- (3)解題步驟為 (先確定 C1 柱強軸與弱軸的有效長度因數 K_x 、 K_y ，而 $K_x = 2.1$ 、 K_y 要用連線圖解法計算) \Rightarrow (計算 C1 柱最大長細比 $(KL/r)_{\max}$ 與 $(\lambda_c)_{\max}$ 並與 $\lambda_c = 1.5$ 比較判斷彈性或非彈性挫屈) \Rightarrow (使用 LRFD 柱公式計算強度)。不要忘了柱的 $\phi_c = 0.85$ ，許弘老師是不是有強調一定要背。

參考解答

1. 求 C1 柱在 xz 平面挫屈的有效長度係數 K 值

C1 柱在 xz 平面無斜撐，端點可側移。應用「有」側移連線圖求解 K 值。
C1 柱之底部為固端，頂部以「一柱二梁」與梁相接，梁可提供抗彎勁度，頂端為半剛接束制狀態。

先計算 C1 柱上下端點之 G 值，注意在 xz 平面中梁繞「強」軸彎曲，應帶入強軸 I 值；而 C1 柱在 xz 平面是繞「弱」軸彎曲，應帶入弱軸 I 值。

$$C1 \text{ 柱頂端「一柱二梁」, } G_B = \frac{\Sigma(I_c/L_c)}{\Sigma(I_g/L_g)} = \frac{(28600/1000)}{(2)(46800/800)} = 0.244; \text{ 底端}$$

為固端，依規範規定可採 $G_A = 1$ 。

如圖所示，由「有」側移連線圖求解 K 值為 1.19。

2. 計算 C1 柱之設計抗壓強度

(1) 計算最大長細比 $(KL/r)_{\max}$

① 柱 yz 平面上繞強軸彎曲

yz 平面內支承間的距離（固定端至頂端）， $L_x = H = 1000 \text{ cm}$ 。

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_x = \frac{(2.1)(1000)}{33.4} = 62.874。$$

② 柱 xz 平面繞弱軸彎曲

xz 平面內支承間的距離（固定端至半剛接）， $L_y = H = 1000 \text{ cm}$ 。

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_y = \frac{(1.19)(1000)}{8.29} = 143.546。$$

③ 計算 $(\lambda_c)_{\max}$

$$(KL/r)_{\max} = \max\{(KL/r)_x, (KL/r)_y\} = 143.546。$$

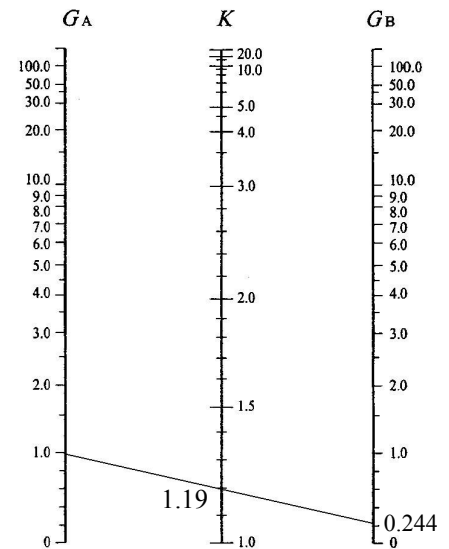
$$\text{注意 } F_y = 3.5 \text{ tf/cm}^2, (\lambda_c)_{\max} = \left(\frac{KL}{r}\right)_{\max} \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = \left(\frac{143.546}{\pi}\right) \sqrt{\frac{3.5}{2040}} = 1.893。$$

(2) 判別挫屈型態

$(\lambda_c)_{\max} = 1.893 > 1.5$ ，屬於彈性挫屈。

(3) 計算設計壓力強度 $\phi_c P_n$

$$\phi_c P_n = (0.85) \left(\frac{0.877}{1.893^2}\right) (3.5)(417) = 303.614 \text{ tf}。$$



有橫向位移連線圖

您現在過得好嗎？

想要"突破"現況嗎？

"未來"要怎麼過，是一種選擇！

"現在"該怎麼做，是一種負責！

不怕不景氣，只怕不爭氣！

讓實力幫您爭一口氣！

Ans：C1 柱設計壓力強度 $\phi_c P_n = 303.614 \text{ tf}$ 。

※本題請參考“實力觀念鋼結構《系統剖析》－〔P4-61 例 4.12〕”

102 年技師高考【精修班】

台北班 1/3(四)18:30 材力

台中班 1/6(日)09:00 材力

高雄班 1/3(四)18:30 結構

其他課程陸續開課

~歡迎免費試聽~