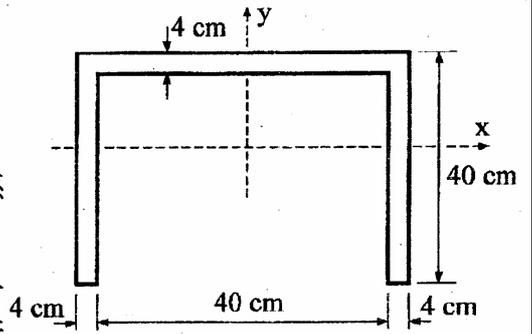


九十六年專門職業及技術人員高等考試結構設計參考題解

一、有一單對稱鋼梁斷面如圖所示，假設該斷面僅承受 X -軸之彎矩 (M_x)，鋼材之彈性模數、降伏應力分別為 $E = 2040 \text{ tf/cm}^2$ 、 $F_y = 3.50 \text{ tf/cm}^2$ ，請回答以下問題：



- (一)求該梁斷面之彈性模數 (S_x) 與塑性模數 (Z_x)。(8分)
- (二)求該梁斷面之降伏彎矩 (M_y)、塑性彎矩 (M_p) 與形狀係數 (SF)。(9分)
- (三)將本鋼梁使用於跨度 ($L = 8 \text{ m}$) 之簡支梁，跨度中點承受一垂直集中載重 (P 或 P_u)，假設該梁具充分側向支撐且斷面為結實斷面。試根據容許應力設計法 (ASD)，求該梁之容許載重 (P)。試根據極限設計法 (LRFD)，求該梁之設計載重 (P_u)。(8分)

• 96年土木技師試題 •

問題剖析

- (1)本題為材力與鋼構的複合考題，分析時一定小心斷面性質的計算，如果 S_x 算錯，後面結果即全錯。
- (2)具充分側向支撐且為結實斷面。ASD 時 $F_{bx} = 0.66F_y$ ；LRFD 時 $M_n = M_p$ 。

參考題解

(一)斷面性質計算

(1)彈性模數 S_x

參考右圖

$$\bar{y} = \frac{(4)(40)(20)(2) + (40)(4)(2)}{(4)(40)(2) + (40)(4)} = 14 \text{ cm}$$

$$I_x = \frac{(40+8)(14)^3}{3} - \frac{(40)(14-4)^3}{3} + \frac{(4)(40-14)^3}{3}(2) = 77440 \text{ cm}^4$$

$$S_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{77440}{26} = 2978.462 \text{ cm}^3 \quad (\text{Ans})$$

(2)塑性模數 Z_x

①求面積等分線位置

$$A = 480 \text{ cm}^2 \quad \frac{A}{2} = 240 \text{ cm}^2$$

$$h_{\text{下}} = \frac{240}{8} = 30 \text{ cm}, \quad h_{\text{上}} = 10 \text{ cm}$$

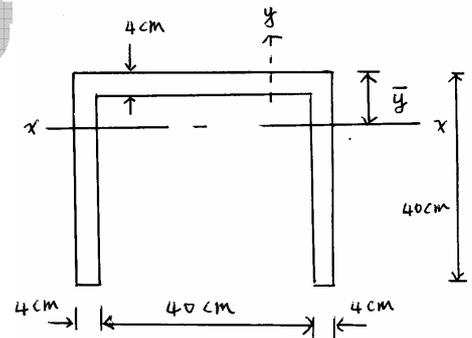
$$\bar{y}_{\text{下}} = \frac{h_{\text{下}}}{2} = 15 \text{ cm}, \quad \bar{y}_{\text{上}} = \frac{(48)(10)(5) - (40)(6)(3)}{240} = 7 \text{ cm}$$

$$\textcircled{2} Z_x = \frac{A}{2}(\bar{y}_{\text{上}} + \bar{y}_{\text{下}}) = \frac{480}{2}(15 + 7) = 5280 \text{ cm}^3 \quad (\text{Ans})$$

(二) M_y 、 M_p 、 SF 計算

(1)計算 M_y

$$M_y = (F_y)(S_x) = (3.5)(2978.462) = 10424.61 \text{ tf-cm} = 104.25 \text{ tf-m}$$



(2) 計算 M_p

$$M_p = (F_y)(Z_x) = (3.5)(5280) = 18480 \text{ tf-cm} = 184.8 \text{ tf-m}$$

(3) 計算 SF

$$SF = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z_x}{S_x} = 1.773$$

(三) 梁上容許載重求解具充分側向支撐且斷面為結實斷面

(1) 結構分析

$$M_{\max} = \frac{PL}{4}$$

(2) ASD

$$\textcircled{1} F_{bx} = 0.66F_y = 2.31 \text{ tf/cm}^2$$

$$\textcircled{2} M_a = (F_{bx})(S_x) = 6880.247 \text{ tf-cm}$$

$$\textcircled{3} M_a \geq M_{\max} : 6880.247 \geq \frac{(P)(800)}{4} \Rightarrow P \leq 34.4 \text{ tf} \quad (\text{Ans})$$

(3) LRFD

$$\textcircled{1} \because L_b < L_p \therefore M_n = M_p = 18480 \text{ tf-cm}$$

$$\textcircled{2} \phi_b M_n \geq M_{\max} : (0.9)(18480) \geq \frac{(P_u)(800)}{4} \Rightarrow P_u \leq 83.16 \text{ tf} \quad (\text{Ans})$$

二、有一接頭托架 (bracket) 承受一偏心載重 (P-service load)，柱子為 W-型鋼，鋼柱、接座皆使用 A36 鋼材，由於施工疏忽僅使用 6 根 A490-X 螺栓如附圖所示。假設 A490-X 螺栓 (標稱直徑 = 22 mm) 為承壓式單剪接合，接合相關之各接板強度足夠，螺栓之邊距、間距符合設計規範之要求，請回答以下問題：

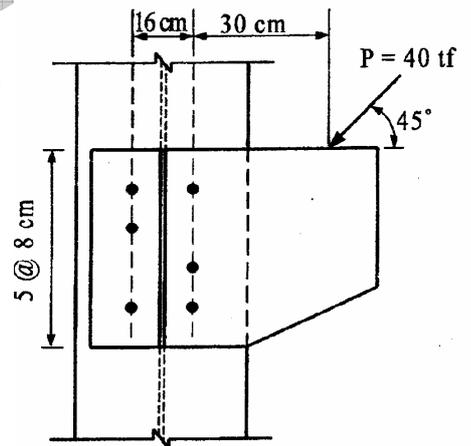
(一) 試以彈性分析法，求最大及次大臨界螺栓承受之剪力，並說明其所在之位置。(15 分)

(二) 以本托架接頭為例，分別使用彈性分析法、容許應力設計法 (ASD) 或極限設計法 (LRFD) 為評估基礎時，其最大容許外力 (P 值) 會不同結果，簡要說明其原因。(10 分)

補充資料：

A36 鋼材： $F_y = 2.50 \text{ tf/cm}^2$ 、 $E = 2040 \text{ tf/cm}^2$ ；

A490-X 螺栓，X 係指螺紋不在剪力面。



• 96 年土木技師試題 •

問題剖析

- (1) 螺栓群形心仍在中間。
- (2) 題示要算螺栓「剪力」非剪應力。
- (3) 螺栓最大受力在右下角，次大在右下距中心高差 4 cm 處。
- (4) 用 ASD 和 LRFD 分析螺栓接合要注意因為都用彈性分析法，所以分析螺栓受力的過程是相同的。二者的差異主要在計算螺栓強度的公式和規定不同。

參考題解

(一)斷面性質計算

形心位於螺栓群之中心

$$J = \sum A_b d^2 = \left(\frac{\pi}{4}\right)(2.2)^2 \left[(8^2 + 12^2) + (8^2 + 4^2) + (8^2 + 12^2) \right] (2) = 3770.916 \text{ cm}^4$$

(二)斷面作用力計算

$$P_H = 40 \cos 45^\circ = 28.284 \text{ tf} (\leftarrow)$$

$$P_V = 40 \sin 45^\circ = 28.284 \text{ tf} (\downarrow)$$

$$T = -(P_H)(20) + (P_V)(38) = 509.112 \text{ tf-cm} (\curvearrowright)$$

(三)計算螺栓受力

(1)最大臨界螺栓受力計算

位於右下角， $x = 8 \text{ cm}$ ， $y = 12 \text{ cm}$

$$(f_v)_{T_x} = \frac{T_y}{J} = \frac{(509.112)(12)}{3770.916} = 1.62 \text{ tf/cm}^2 (\leftarrow)$$

$$(f_v)_{T_y} = \frac{T_x}{J} = 1.08 \text{ tf/cm}^2 (\downarrow)$$

$$(f_v)_H = \frac{P_H}{6A_b} = 1.24 \text{ tf/cm}^2 (\leftarrow)$$

$$(f_v)_V = \frac{P_V}{6A_b} = 1.24 \text{ tf/cm}^2 (\downarrow)$$

$$f_v = \sqrt{(1.62 + 1.24)^2 + (1.08 + 1.24)^2} = 3.683 \text{ tf/cm}^2$$

$$V = (f_v)(A_b) = 14 \text{ tf}$$

(Ans)

(2)次大臨界螺栓受力計算

位於右下距中心高差 4 cm 處， $x = 8 \text{ cm}$ ， $y = 4 \text{ cm}$

$$(f_v)_{T_x} = 0.54 \text{ tf/cm}^2 (\leftarrow)$$

$$(f_v)_{T_y} = 1.08 \text{ tf/cm}^2 (\downarrow)$$

$$(f_v)_H = 1.24 \text{ tf/cm}^2 (\leftarrow)$$

$$(f_v)_V = 1.24 \text{ tf/cm}^2 (\downarrow)$$

$$V = \left(\frac{\pi}{4}\right)(2.2)^2 \sqrt{(0.54 + 1.24)^2 + (1.24 + 1.08)^2} = 11.12 \text{ tf} \quad (\text{Ans})$$

(四)使用 ASD 和 LRFD 分析結果不同的原因

- (1) ASD 的螺栓容許剪應力不同於 LRFD 的標稱剪應力規定。
- (2) ASD 和 LRFD 的承壓強度計算公式不同。
- (3) LRFD 有載重係數和折減係數之規定。

三、試依據 ACI318-02 版或 ACI318-05 版的規範，回答以下問題：

- (一)若 D 為靜載重或其相關之力， L 為活載重或其相關之力， E 為地震力或其相關之力（此處所指的地震力，係使得結構物產生起始降伏的地震力），寫出所需之設計載重組合 U 。(8 分)
- (二)試寫出樑與柱構材「拉力控制斷面」、「壓力控制斷面」、「過渡斷面」及「剪力與扭力」的強度折減因數 ϕ 。(12 分)

參考題解

(一)依據 ACI 318-02 版規範(我國土木 401-93 規範)或 ACI318-05 版規範(我國土木 401-96 規範),於第 2.4.2 節規定,當靜載重或其相關之力(D),活載重或其相關之力(L)及地震力或其相關之力(E)共同作用時,其設計載重組合 U 為下列組合:

$$(1) U = 1.4(D + F) = 1.4D, \text{ 其中 } F \text{ (流體力) 未作用}$$

$$(2) U = 1.2(D + F + T) + 1.6(L + H) + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R) = 1.2D + 1.6L$$

其中流體力 F ,其溫度效應 T ,土壤力 H ,屋頂活載重 L_r ,雪載重 S ,及雨水載重 R 未作用

$$(3) U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (1.0L \text{ or } 0.8W) = 1.2D + 1.0L$$

$$(4) U = 1.2D + 1.6W + 1.0L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R) = 1.2D + 1.0L$$

$$(5) U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S = 1.2D + 1.0E + 1.0L$$

$$(6) U = 0.9D + 1.0E + 1.6H = 0.9D + 1.0E$$

除公眾使用之場所、停車場或 $L > 500 \text{ kg/cm}^2$ 之區域外(a)(b)式中的 $1.0L$ 可減至 $0.5L$

(二)拉力控制斷面： $\phi = 0.9$

壓力控制斷面：(a)螺箍筋 $\phi = 0.7$ 、(b)其他 $\phi = 0.65$

過渡斷面： ϕ 值由(二)之(a)或(b)之 ϕ 值最外受拉鋼筋淨拉應變值 ε_s 到 0.005 間之變化，遞增至 0.9

例：螺箍筋 $f_y = 2800 \text{ kgf/cm}^2$

$\phi = 0.62 + 56\varepsilon_s$ ，其中 ε_s 為最外受拉鋼筋之淨拉應變。

剪力與扭力： $\phi = 0.75$

[註：章節編號為 401-93 及 401-96 規範編號]

四、下圖所示，為一“梯形斷面”梁之配筋圖。已知混凝土抗壓強度為 $f'_c = 210 \text{ kgf/cm}^2$ ，鋼筋之降伏應力為 $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ ，一根#10鋼筋之截面積為 8.14 cm^2 。試計算：

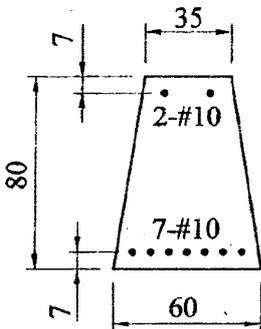
(一)該梁斷面之標稱彎矩 M_n 。(20分)

(二)強度折減因數 ϕ 。(10分)

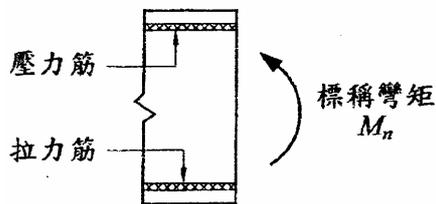
備註：(1)於極限狀態下，拉力筋已降伏；

(2)假設惠特尼應力塊(Whitney stress block)仍然適用於梯形面積上混凝土壓力的計算；

(3)強度折減因數，必須依據 ACI318-02 版或 ACI318-05 版規範來計算。



梁之橫斷面圖
(長度單位：公分)



梁之側向立面圖

問題剖析

本題為“梯形斷面”梁之抗彎強度分析問題，抗壓側形狀為梯形，題示 Whitney stress block 應力塊仍適用於梯形抗壓區域，故可依不規則斷面梁之標稱彎矩 M_n 計算之。本題因題示於極限狀態下抗拉筋已降伏，故無需針對抗拉筋之降伏與否進行判斷。至於抗壓筋之降伏狀態，因 $A_s = 7 - \#10$ 數值較大，可假設抗壓筋於極限狀態已降伏進行計算。

參考題解

(1) 設中性軸距梁頂 x cm 設抗壓筋已降伏

$$C_c = 0.85 \times 210 \times \left[\left(35 + 35 + \frac{5}{16} \cdot 0.85x \right) \times \frac{1}{2} \right] \times (0.85x) = 151.725x(35 + 0.1328x)$$

$$= 5310.4x + 20.15x^2 \text{ kgf}$$

$$C_s = 2 \times 8.14 \times (4200 - 0.85 \times 210) = 65470 \text{ kgf}$$

$$T = 7 \times 8.14 \times 4200 = 239316 \text{ kgf}$$

(2) $C_c + C_s = T$

$$5310.4x + 20.15x^2 + 65470 = 239316$$

$$x = 29.45 \text{ cm}$$

(3) $\epsilon'_s = \frac{0.003 \times (29.45 - 7)}{29.45} = 2.286 \times 10^{-3} > \epsilon_y$ 與假設相符

(4) $C_{c1} = 0.85 \times 210 \times 35 \times (0.85 \times 29.45) = 156390 \text{ kgf}$

$$C_{c2} = 0.85 \times 210 \left[(0.85 \times 29.45) \times \left(0.85 \times 29.45 \times \frac{5}{16} \right) \times \frac{1}{2} \right] = 17477 \text{ kgf}$$

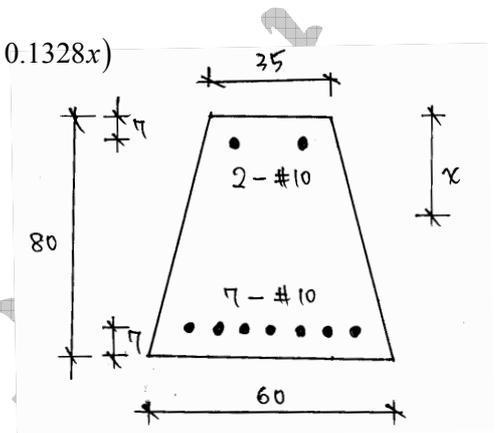
$$C_s = 2 \times 8.14 \times (4200 - 0.85 \times 210) = 65470 \text{ kgf}$$

$$a = 0.85 \times 29.45 = 25.03$$

$$M_n = 156390 \left(73 - \frac{25.03}{2} \right) + 17477 \left(73 - \frac{2}{3} \times 25.03 \right) + (65470 \times 66) = 14764457 \text{ kgf-cm} = 147.64 \text{ tf-m}$$

(5) $\epsilon_s = \frac{73 - 29.45}{29.45} \times 0.003 = 4.436 \times 10^{-3}$ (過渡斷面)

$$\phi = 0.48 + 83\epsilon_t = 0.48 + 83 \times 4.436 \times 10^{-3} = 0.848$$



實力學員請於 96/12/15 (六) 13:00 免費回班參加

“96 年專技高考”之考題剖析講座